Technische Universität Wien
Institut für Stochastik und Wirtschaftsmathematik
A-1040 Wien, Wiedner Hauptstr. 8-10

BEISPIELSAMMLUNG
ZU DEN ÜBUNGEN AUS

STATISTIK UND WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE

LVA-Nr. 107.370

(für Informatik)

zusammengestellt von

Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.
Peter Filzmoser

SS 2020

März 2020

1) a0148

a) Bei einer Wahl sollen unter 20 Kandidaten genau 3 angekreuzt werden, wobei zugelassen wird, daß mehrere Kreuze bei einem Kandidaten auftreten dürfen. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

b) Wie viele "Bilder" gibt es beim Kegeln (d.h. umgefallene und stehengebliebene Kegel)?

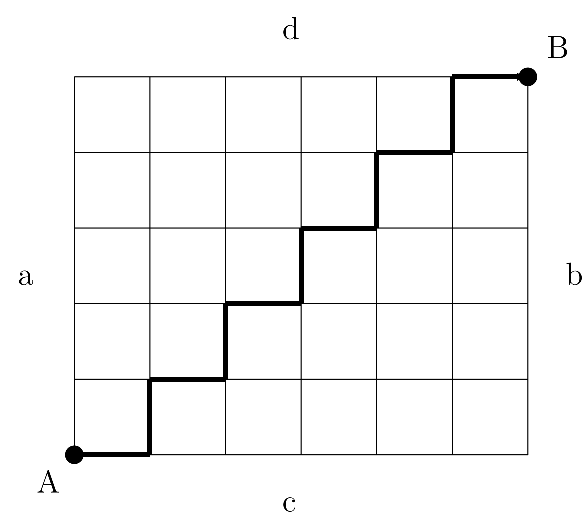
2) a0149

a) Wie viele Möglichkeiten beim Lotto "6 aus 45" gibt es?

b) Wie viele Möglichkeiten für einen "Vierer" bei "6 aus 45" gibt es?

3) a0013

a) Ein rechteckiger Häuserblock werde von Straßenpaaren a,b und c,d begrenzt und von 5 zu a,b parallelen Straßen, sowie von 4 zu c,d parallelen Straßen durchzogen. Auf wieviel verschiedene Arten kann man, ohne einen Umweg zu machen, von A nach B gelangen?



b) 10 Personen verabschieden sich voneinander mit Händedruck. Jeder geht allein nach Hause. Wie oft werden Hände gedrückt?

c) 10 Ehepaare verabschieden sich voneinander mit Händedruck und gehen paarweise nach Hause. Wie oft werden Hände gedrückt?

4) a0125

a) Bei einem Universitätssportfest starten beim 400m-Lauf 10 Läufer. Darunter zwei Studenten der Studienrichtung Maschinenbau. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese beiden Studenten nebeneinander starten, wenn die Startplätze ausgelost werden?

b) Zu Frühjahrsbeginn werden an einem PKW die Sommerreifen montiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt dabei mindestens ein Reifen an die gleiche Stelle wie im letzten Jahr?

5) a0126

a) Ein fleißiger Hausmann staubt jeden Morgen 10 Bücher ab, die nebeneinander auf einem Regal stehen. Er nimmt zu diesem Zwecke alle 10 Bücher vom Regal und stellt sie nach der Reinigung wieder wahllos zurück.

  i) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass nach der Reinigung die Bücher in der gleichen Reihenfolge stehen wie davor.

  ii) Unter den 10 Bänden sei ein dreibändiges Lexikon. Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Bände des Lexikons nach der Reinigung nebeneinander stehen.

  iii) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die drei Bände des Lexikons nach der Reinigung in der richtigen Reihenfolge (d.h. erst Band 1, danach Band 2 und danach Band 3) nebeneinander stehen.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man ein vierstelliges Zahlenschloss innerhalb einer halben Stunde aufbekommt, wenn pro Sekunde eine Kombination eingestellt werden kann?

6) a0139

a) In wievielen verschiedenen Reihenfolgen kann man 4 Flaschen prickelndes Mineralwasser, 3 Flaschen stilles Mineralwasser, 2 Flaschen Himbeerkracherl und ein Glas Orangensaft trinken?

b) Die Condesa Etepetete aus Modusien glaubt fest an das Märchen vom Froschkönig. In den 20 Teichen, 8 Seen und 2 Flüssen des Landes leben eine Vielzahl von Fröschen, Krokodilen und Fischen. Es war das Lebenswerk des schrulligen Statistikers Deskriptus, diese Zahlen festzustellen.

  b.1) Eines Tages beschließt die Condesa, sich einer Stichprobe von 5 Teichen, 3 Seen und einem Fluss küssend zu nähern, um ebendort den Frosch zu finden, der sich beim Kuss in einen Prinzen verwandelt. Wieviele Stichproben aus den Gewässern Modusiens sind dabei möglich?

  b.2) Ein Untertan teilte der Condesa vertraulich mit, dass es weniger wahrscheinlich sei, den besagten Frosch in einem Fluss zu finden als in einem Teich oder See. Am ehesten sei der "Froschkönig" in den Teichen T_1, T_2 oder T_3 zu erwarten, vielleicht auch in den Seen S_1 und S_2. Daraufhin entschließt sich die Condesa Etepetete erneut eine Stichprobe von 3 Seen und 5 Teichen aufzusuchen. Die Teiche T_1, T_2 und T_3, als auch die Seen S_1 und S_2 sind auf jeden Fall enthalten. Wieviele Möglichkeiten gibt es jetzt?

7) a0117

a) Die Teilnehmer an einer bestimmten Fernsehsendung werden aus dem Telefonbuch einer Stadt zufällig ausgewählt. Handelt es sich bei diesem Auswahlverfahren um eine repräsentative Stichprobe der Bevölkerung dieser Stadt?

b) In einer Schule soll für eine bestimmte Reise ein Schüler zufällig ausgewählt werden. Das Auswahlverfahren wird folgendermaßen durchgeführt: Zunächst wird eine Klasse zufällig ausgewählt und daraus anschließend ein Schüler. Ist dieses Auswahlverfahren gerecht, d.h. hat jeder Schüler der Schule die gleiche Chance, ausgewählt zu werden?

c) Nach dem statistischen Jahrbuch 2013 lebten im Jahre 2013 in Österreich durchschnittlich 3.824 Millionen Männer und 4.231 Millionen Frauen. Kann daraus geschlossen werden, dass allgemein mehr Frauen als Männer geboren werden?

d) Bei einer Meinungsumfrage über den Koalitionswechsel einer bestimmten Partei kritisierten 41% der befragten Personen diesen Wechsel. Können daraus Schlüsse für den Stimmenanteil dieser Partei bei der nächsten Wahl gezogen werden?

e) An einem Auslosungsverfahren für 1000 Studienplätze für Medizin nahmen sech Maturanten der gleichen Schule teil. Sie erhielten die Platznummern 601, 610, 623, 680, 910 und 941. Die Chancengleichheit der Auslosung wurde von ihnen angezweifelt mit dem Hinweis, dass 4 bzw. 2 von ihnen in der gleichen Hundertergruppe sind. Sie meinten bei einer gleichwahrscheinlichen Auslosung müssten die 6 Zahlen gleichmäßiger verteilt sein. Ist dieser Einwand richtig?

8)

a0129

a) Die Pizzeria des Herrn Stantini hat zwei Lokale (L_1, L_2), bei denen man Mittags- und Abendessen (M,A) einnehmen kann, wobei es jedoch nur die folgenden Gerichte gibt: Pizza, Spaghetti, Ravioli und Canneloni. Es ergab sich, dass von 5198 Gästen insgesamt 5600 Gerichte in einem Monat bestellt wurden:

	Lokal L_1		Lokal L_2		
	Mittag (M)	Abend (A)	Mittag (M)	Abend (A)	insgesamt
Pizza	400	600	600	800	2400
Sonstige	600	800	800	1000	3200
Summe	1000	1400	1400	1800	5600

a.1) Wieviele Merkmale werden in dieser Statistik dargestellt, wie heißen sie und welche Merkmalsausprägungen werden in der Tabelle dargestellt?

a.2) Welches Skalenniveau wird bei der Berechnung von Modalwert, Median und arithmetischen Mittel mindestens vorausgesetzt?

b) Statistiker mögen festgestellt haben, dass zahlreiche Menschen Emotionen gegenüber Statistik und Mathematik haben.

Schon der Gedanke an diese Dinge versetzt sie derart in Angst (A) und Schrecken, dass sie keines klaren Gedankens mehr fähig sind. Nur wenige Menschen reagieren ohne Angst (N). Die Emotion sei zudem nicht im Alter (in vollendeten Jahren) oder Bildungsstand korreliert. Als Beweis für diese Behauptung betrachte man die folgenden Daten über neun Personen:

Person	Alter	Bildungsstand	Emotion
A	16	H	A
B	16	G	N
C	25	G	A
D	16	M	A
E	25	H	N
F	25	H	A
G	16	M	A
H	16	G	A
I	25	M	N
H...hoch, M...mittel, G... gering, A...Angst, N...keine Angst			

Geben Sie für jedes Merkmal den Skalentyp an und bestimmen bzw. berechnen Sie einen der Skalenart angemessenen Mittelwert.

9)

a0119

Nachstehende Tabelle enthält die Häufigkeitsverteilung der Privathaushalte in der Bundesrepublik Deutschland am 27. 5. 1970 nach Zahl der Personen (Quelle: Statistisches Jahrbuch 1975):

Haushaltsgröße	Anzahl der Haushalte in 1000	v.H. (%)
1 Person	5527	25.1
2 Personen	5959	27.1
3 Personen	4314	19.6
4 Personen	3351	15.3
5 und mehr Personen	2839	12.9
Insgesamt	21990	100.0

a) Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung grafisch dar.

b) Wie viele Personen leben in allen Haushalten? (Nehmen Sie als Mittel für die Haushaltsgröße “5 und mehr Personen” 6).

c) Berechnen und interpretieren Sie geeignete Mittelwerte für die durchschnittliche Haushaltsgröße.

d) In wieviel Prozent aller Haushalte leben jeweils mehr als 4 Personen?

e) Wie viele Personen leben in den 71.8 v.H. kleinsten Haushalten?

f) Wie viele Personen leben mindestens in jedem der 28.2 v.H. größten Haushalte?

g) Wie groß ist der Anteil der Personen, welche in Haushalten mit weniger als 4 Mitgliedern leben, an der Gesamtheit aller in Privathaushalten lebenden Personen?

10)

a0128

Im folgenden finden Sie eine Auswahl von Meldungen, wie man sie in den Tageszeitungen oft findet. Überlegen Sie sich die Sinnhaftigkeit und gegebenenfalls die Ursache der Fehlschlüsse:

a) Laut einer Erhebung wurde in den USA festgestellt, dass der größte Teil der Gewaltverbrechen in Küche, Wohn- und Schlafzimmer verübt werden. Die Empfehlung einer amerikanischen Zeitung war, dass es sicherer wäre im Central Park zu übernachten.

b) Es ist eine Tatsache, dass die meisten Unfälle in einem Radius von ca. 30 Kilometern um den Wohnort des Verursachers liegen. Demzufolge empfahl eine Automobilzeitschrift den Autofahrern kurz vor ihrem Ziel besonders aufmerksam zu sein, da offensichtlich die Konzentration abnimmt.

c) Laut einer Statistik in Deutschland werden 70% aller Verkehrsunfälle tagsüber registriert. Man kann daraus schließen, dass das Autofahren tagsüber gefährlicher ist. Die Empfehlung wäre also auf Nachtfahrten auszuweichen.

d) Über die Hälfte aller Bürger sterben in Krankenhäusern. Man kann daraus folgern, dass der Aufenthalt ebendort lebensgefährlich ist.

e) Nach einem Bericht in einer Deutschen Zeitung sind Fußballspieler die reinsten Bruchpiloten. Sie verursachen fast die Hälfte der jährlich rund einer Million Sportunfälle. Auf 43.65% bringen es die Balltreter nach einer Studie des HUK-Verbandes. Sie liegen damit klar vor den Handballspielern mit einem Anteil von 10.84% und den Alpin-Skifahrern mit 8.49%.

f) In einem Bericht in einer Österreichischen Tageszeitung konnte man folgendes lesen. Tangente jetzt sicherer! - Weniger Tempobolzer, weniger schwere Unfälle - Wiens Süd-Ost-Tangente ist sicherer geworden. Hauptverantwortlich dafür sind die 60-km/h-Begrenzung und das Fahrverbot auf der linken Spur für schwere Lastwagen sowie die rigorose Überwachung. Das ergaben Untersuchungen der MA 46. Wurden von Juli bis Dezember 1994 noch 71 Unfälle mit Personenschäden registriert, waren es im Vergleichszeitraum 1995 nur 47. Als besonders effektiv erwies sich der Einsatz der Polizei. Im Zeitraum April bis Dezember 1995 wurden wegen Missachtung des Tempo-60-Limits 326 Organmandate und 2558 Anzeigen ausgestellt. 304 LKW-Lenker erhielten Strafen wegen Befahrens der linken Spur.

g) Schlagzeilen einer Österreichischen Tageszeitung: Salzburger die besten Autofahrer? Laut einer Untersuchung des Statistischen Zentralamtes fliegen in Salzburg nur 13.3% der Kandidaten bei Führerscheinprüfungen durch. In Wien müssen 53.8% noch einmal antreten, weil sie es beim ersten Mal nicht schaffen.

11)

a0116

Bei einer Prüfung wurden 10 Aufgaben gestellt und maximal 100 Punkte vergeben. In folgender Tabelle ist zu jeder Note die Punktezahl p angegeben, die zum Erhalt dieser Note mindestens erreicht werden musste.

Note	1.0	1.3	1.7	2.0	2.3	2.7	3.0	3.3	3.7	4.0	4.3	5
p	66	63	60	57	54	51	48	45	42	39	33	0

Folgende Punktezahlen wurden von den 20 Teilnehmern erreicht:

8	16	18	22	29	32	33	33	39	42	43	46	48	50	53	64	71	79	82	89

a) Bestimmen Sie die durchschnittliche Punktezahl und die Durchschnittsnote.

b) Mit der Durchschnittsnote vergleiche man die Note, die man bei durchschnittlicher Punktezahl erhalten würde.

c) Man bestimme die Mediane der Noten- und Punkteverteilung.

d) Mit dem Median der Notenverteilung vergleiche man die Note, die man beim Median der Punkteverteilung erhalten würde.

e) Man berechne das 20% gestutzte Mittel der Punktezahlen und vergleiche diesen Wert mit dem arithmetischen Mittel aus a).
(Hinweis: Das α%-gestutzte Mittel ist das arithmetische Mittel jener Werte, die übrigbleiben, wenn man α% der kleinsten und α% der größten Werte weglässt:

$$\bar{x}_\alpha = \frac{1}{n-2k}(x_{(k+1)} + \cdots + x_{(n-k)}) \qquad mit \;\; k = [n\alpha].$$

f) Es sei $x_1, \cdots, x_n$ eine Messreihe und $\bar{x}$ das zugehörige arithmetische Mittel. Zeigen Sie: Werden die Werte einer Messreihe gemäß $y_i = a + b \cdot x_i$ mit $i = 1, \cdots, n$ linear transformiert, so gilt für das arithmetische Mittel $\bar{y}$ der transformierten Werte

$$\bar{y} = a + b \cdot \bar{x}.$$

g) Auf einer Touristeninsel in der Karibik wurden in den letzten beiden Juliwochen jeweils morgens zur gleichen Zeit die folgenden Lufttemperaturen in $°Fahrenheit$ gemessen:

78 82 81 82 80 83 77 81 79 79 83 78 78 79

Man berechne die Durchschnittstemperatur in $°Fahrenheit$ und in $°Celsius$.
(Hinweis: $x[°F]$ entsprechen $y = \frac{5}{9} \cdot (x - 32)[°C]$).

12)

a0130

Dem geisteskranken Diplom-Kaufmann Wilhelm Stein sind von seinem Studium nur noch Kenntnisse aus den oft als geisttötend empfundenen Fächern Buchhaltung und Statistik verblieben, wobei er sich häufig verrechnet. Er verbucht jeden Tag die Uhrzeitangaben im Radio in einem Staffelkonto, zählt die Zeitangaben zusammen und berechnet den Mittelwert. Danach zieht er von jeder Zeitangabe den Mittelwert ab und addiert die Ergebnisse. Wie kann man leicht feststellen, ob sich Herr Stein verrechnet hat?

13)

a0001 R

70 Prüfstücke genormter Größe aus einer Produktion von verzinktem Stahlblech wurden hinsichtlich der Qualität der Zinkschichte untersucht. Dabei wurden die nebenstehenden Werte für das Gewicht des aufgebrachten Zinks beobachtet (in g).

1.48	1.40	1.55	1.55	1.49	1.40	1.67	1.46	1.67	1.46
1.61	1.45	1.56	1.38	1.69	1.30	1.65	1.49	1.48	1.57
1.54	1.56	1.51	1.31	1.58	1.30	1.46	1.57	1.36	1.63
1.47	1.59	1.60	1.42	1.45	1.44	1.53	1.42	1.50	1.52
1.56	1.55	1.55	1.49	1.51	1.49	1.65	1.50	1.59	1.52
1.45	1.44	1.49	1.54	1.54	1.56	1.58	1.46	1.55	1.44
1.66	1.55	1.61	1.38	1.40	1.44	1.57	1.65	1.31	1.39

Es gilt: $\sum_{i=1}^{70} x_i = 105.49, \quad \sum_{i=1}^{70} x_i^2 = 159.5739, \quad \sum_{i=1}^{70} x_i^3 = 242.2744, \quad \sum_{i=1}^{70} x_i^4 = 369.1519$

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) Minimum, Maximum und Spannweite (=Maximum-Minimum),

b) ein Histogramm und ein Summenhäufigkeitspolygon,

c) den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und aus den klassierten Werten,

d) den Median und den Modalwert.

14)

a0002 R

62 Frauen mit Bluthochdruck werden untersucht, wobei u.a. das Gewicht gemessen wurde. Die folgende Tabelle zeigt jeweils das Verhältnis des beobachteten Körpergewichtes zum sogenannten Normgewicht (in %):

117	89	107	102	95	132	163	123	103	144	108	89	118
123	92	140	102	112	115	123	130	102	119	119	114	119
100	106	115	145	115	108	122	113	153	116	81	85	122
120	113	140	117	119	121	130	114	107	125	94	96	118
123	91	120	125	125	103	133	102	131	147			

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) Minimum, Maximum und Spannweite (=Maximum-Minimum),

b) ein Histogramm und ein Summenhäufigkeitspolygon,

c) den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und aus den klassierten Werten,

d) den Median und den Modalwert.

15)

a0134 R

An zwei verschiedenen Orten A und B wurden während eines Jahres in regelmäßigen Abständen Durchschnittstemperaturen (in Grad Celsius) festgehalten. Dabei ergaben sich folgende Werte in sortierter Reihenfolge:

	Werte in Grad Celsius								$\sum_{i=1}^{30} x_i$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^3$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^4$
A	-1.1	-1.0	2.8	3.0	10.8	12.7	14.4	14.8	383.2	7654.74	162467.9	3637930
	15.2	15.4	16.6	17.2	17.6	17.7	19.1	19.4				
	20.3	20.7	20.9	22.3	23.0	24.5	26.9	30.0				
B	-27.2	-14.2	-11.9	-2.6	-0.5	0.0	3.3	3.7	383.1	14977.39	469388.7	19397311
	7.9	12.0	15.7	16.3	16.7	17.2	21.2	28.0				
	31.1	31.2	32.2	32.5	38.2	42.4	43.5	46.4				

a) Zeichnen Sie für die Daten des Ortes A ein Histogramm.

b) Zeichnen Sie für die Daten des Ortes B ein Histogramm.

c) Berechnen Sie die arithmetischen Mittelwerte sowie Varianzen und Standardabweichungen der Daten von Ort A und B.

d) Stimmen die Durchschnittstemperaturen überein? Welche Schlüsse ziehen Sie?

16)

a0005 R

Bei der Messung des Durchmessers von Lagerbuchsen wurden folgende Abweichungen (in μm) vom Nennmaß 10 mm gemessen:

-13.29	-9.65	-9.58	-9.51	-8.01	-6.78	-6.52	-5.28	-4.98	-3.98	-3.65
-1.82	-1.50	-1.32	-1.24	-1.17	-0.88	-0.76	-0.03	0.00	0.00	0.91
1.15	1.76	2.30	3.36	3.77	5.17	5.78	6.53	7.11	7.13	8.39
9.12	9.76	10.25	10.97	11.87	12.36	13.97	15.31	17.29	19.64	21.39

Es gilt: $\sum_{i=1}^{44} x_i = 115.34$, $\sum_{i=1}^{44} x_i^2 = 3277.873$, $\sum_{i=1}^{44} x_i^3 = 32038.95$, $\sum_{i=1}^{44} x_i^4 = 705687.5$

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) Minimum, Maximum und Spannweite (=Maximum-Minimum),
b) zeichnen Sie ein Histogramm und ein Summenhäufigkeitspolygon.
c) den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und aus den klassierten Werten,
d) den Median und den Modalwert.

17) a0006 R

In einer messtechnischen Laborübung wurde ein und derselbe Widerstand (Nennwert 1 kΩ) von Studenten gemessen; folgende Messwerte wurden beobachtet (Werte in Ω):

1120	1119	1113	1123	1121	1116	1119	1116	1122	1129	1118
1124	1113	1116	1121	1117	1114	1111	1114	1124	1118	1121
1126	1120	1121	1123	1112	1123	1120	1120	1124	1127	1122

Es gilt: $\sum_{i=1}^{33} x_i = 36947, \quad \sum_{i=1}^{33} x_i^2 = 41366715, \quad \sum_{i=1}^{33} x_i^3 = 46315834985, \quad \sum_{i=1}^{33} x_i^4 = 51857857371039$

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) Minimum, Maximum und Spannweite (=Maximum-Minimum),
b) zeichnen Sie ein Histogramm und ein Summenhäufigkeitspolygon,
c) den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und aus den klassierten Werten,
d) den Median und den Modalwert.

18) a0010 R

Die Anzahl des freien Platzes in Kilobyte auf 55 verschiedenen Disketten wurde zum Zweck einer kleinen Auswertung notiert.

5	5	5	20	25	29	34	44	53	54	65
67	67	78	84	87	90	90	98	99	107	107
113	181	190	198	198	229	238	246	282	286	305
319	347	363	383	411	421	441	451	532	539	568
610	654	667	677	678	678	755	783	797	856	903

Es gilt: $\sum_{i=1}^{55} x_i = 16612, \quad \sum_{i=1}^{55} x_i^2 = 8816868, \quad \sum_{i=1}^{55} x_i^3 = 5660723014, \quad \sum_{i=1}^{55} x_i^4 = 3967279160688$

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) Minimum, Maximum und Spannweite (=Maximum-Minimum),
b) zeichnen Sie ein Histogramm und ein Summenhäufigkeitspolygon,
c) den arithmetischen Mittelwert aus den nichtklassierten und aus den klassierten Werten,
d) den Median und den Modalwert.

19)

a0138 R

In der nachfolgenden Tabelle sind die Jahreseinkommen der Beschäftigten in zwei Unternehmen A und B aufgelistet.

	Werte in 1000 ÖS							$\sum_{i=1}^{30} x_i$	$\sum_{i=1}^{30} x_i^2$
A	307.7	351.5	355.1	360.2	363.7	366.0	367.3	11483.5	4433798
	370.2	370.5	371.2	372.8	373.6	374.1	375.8		
	376.8	377.7	378.3	379.0	379.0	379.2	379.3		
	382.1	382.6	384.4	386.4	403.2	405.7	415.3		
	488.7	506.1							
B	25.1	48.8	90.1	109.1	121.0	121.4	126.0	11281	7453042
	128.7	136.7	155.0	179.1	186.2	188.4	191.2		
	272.2	308.0	357.4	365.4	370.9	403.8	415.5		
	428.4	494.3	551.9	672.2	785.6	786.4	802.0		
	918.8	1541.4							

a) Zeichnen Sie für die Daten des Unternehmens A ein Histogramm.

b) Zeichnen Sie für die Daten des Unternehmens B ein Histogramm.

c) Berechnen Sie die arithmetischen Mittelwerte, Mediane sowie Varianzen und Standardabweichungen der Daten von A und B.

d) Stimmen die Durchschnittsgehälter überein?

20)

a0131

16 Moskauer Frauen seien Ende des vorigen Jahrhunderts nach der Zahl ihrer Kinder befragt worden. Dabei ergab sich die folgende Reihe: 1, 5, 2, 4, 0, 3, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 2, 4, 6. Zeichnen Sie ein Histogramm und überprüfen Sie, wie sich folgende Werte ändern, wenn anstelle der oben als letzt genannte Frau (mit 6 Kindern) Fedora Wassilet befragt worden wäre, die seinerzeit 69 Kinder zur Welt brachte und schon mit 56 Jahren starb?

a) arithmetisches Mittel

b) Modalwert

c) Median

d) 10%-gestutztes Mittel

e) Interquartilabstand

f) Spannweite

g) Varianz- und Standardabweichung

h) Schiefe

Wie ändert sich die Kurtosis, wenn anstelle der ersten beiden Frauen, Frauen mit jeweils 3 Kindern befragt worden wären?

21) a0011

Gegeben seien die Werte $x_1, \cdots, x_n$.

a) Zeigen Sie, dass die Summe der Abweichungen der x_i von ihrem arithmetischen Mittel gleich Null ist.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

b) Zeigen Sie: $s^2 = \frac{1}{n-1}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2) \approx \bar{x^2} - \bar{x}^2$

c) Diskutieren Sie anhand der Beispiele 13 bis 18 die Gültigkeit folgenden Ausdruckes:

$$\frac{\textit{halber Quartilabstand}}{\textit{Standardabweichung}} = \frac{2}{3}$$

22) a0012

Bei 59 Haushalten sollte das Einkommen X im Monat Jänner 2012 ermittelt werden. Nachdem 57 Haushalte die erforderlichen Angaben gemacht hatten, wurden folgende Werte für das Merkmal Haushaltseinkommen berechnet:

Modalwert	x_{mod}	=	2030	Euro
Median	$\tilde{x}$	=	2170	Euro
Arithmetisches Mittel	$\bar{x}$	=	2450	Euro

Nach einiger Zeit antworteten auch die letzten beiden Haushalte. Sie hatten ein Einkommen von 1400 Euro bzw. 24150 Euro. Einkommen in dieser Höhe hatte keiner der anderen 57 Haushalte. Bestimmen Sie, sofern dies möglich ist, aus den oben angegebenen Größen

a) den Modalwert,

b) den Median,

c) das arithmetische Mittel

des Merkmales Haushaltseinkommen für alle Haushalte.

Schließlich wurde eine Varianz von 650^2 $Euro^2$ berechnet. Ein Jahr später wurden dieselben Haushalte befragt. Es stellte sich dabei heraus, dass in der Zwischenzeit jeder Haushalt sein Einkommen um 12% gesteigert hatte.

Bestimmen Sie für die im Folgejahr geltende Einkommensverteilung

d) die Summe der monatlichen Einkommen aller erfassten Haushalte,

e) s^2.

23)

a0118 R

Bei einer Prüfung aus Mathematik & Statistik traten 12 Studenten an. Sie erreichten in den beiden Fächern folgende Punkte:

	Student											
Fach	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mathematik	7	3	8	11	9	8	10	9	8	8	5	10
Statistik	7	4	10	10	7	9	2	6	5	8	1	3

Vergleichen Sie die Punktezahlen in den beiden Fächern mittels Histogrammen. Stellen Sie fest, in welchem Fach der Student Nr. 5 (relativ zu den übrigen Kandidaten) das bessere Ergebnis erzielt hat.

$\sum_{i=1}^{12} x_{Mathematik} = 96 \qquad \sum_{i=1}^{12} x_{Statistik} = 72 \qquad \sum_{i=1}^{12} x^2_{Mathematik} = 822 \qquad \sum_{i=1}^{12} x^2_{Statistik} = 534$

24)

a0120

Gegeben sei eine Messreihe $x_1, \cdots, x_n$. Die Funktion $g : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ sei definiert durch:

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} \mid x_i - x \mid .$$

Zeigen Sie: g hat an der Stelle $x = \tilde{x}$ ein absolutes Minimum.

25)

a0121

Für fünf Bauernhöfe, die an einer durch ein enges Gebirgstal führenden Straße liegen, soll eine Milchsammelstelle eingerichtet werden. Wie muss der Standort gewählt werden, damit die von den Bauern insgesamt zur Milchablieferung zurückzulegende Strecke minimal wird, wenn jeder Bauer einmal täglich Milch abliefert, und die einzelnen Bauernhöfe an den durch die folgende Tabelle beschriebenen Kilometersteinen liegen?

Bauernhof	A	B	C	D	E
Kilometerstein	7.7	22.5	16.5	10.2	13.1

Wie muss der Standort der Milchsammelstelle gewählt werden, wenn noch ein sechster Bauernhof F am Kilometerstein 47.5 berücksichtigt wird?

26) a0132

Betrachten Sie wieder die Daten aus Beispiel 13 auf Seite 7.

Bestimmen bzw. erstellen Sie:

a) 0.05–, 0.10–, 0.90– und 0.95–Quantil

b) Quartile

c) Varianz und Standardabweichung

d) Variationskoeffizient

e) Interquartilabstand

f) Medmed

g) Schiefe und standardisierte Schiefe

h) Kurtosis und standardisierte Kurtosis

i) ZSCORES für Minimum und Maximum
Der ZSCORE ist der standardisierte Wert: $ZSCORE_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

j) eine 5-Zahlen-Zusammenfassung und zeichnen Sie eine Boxplot–Darstellung.

27) a0133

Betrachten Sie wieder die Daten aus Beispiel 14 auf Seite 8 und lösen Sie die gleichen Aufgaben wie in Beispiel 26 auf Seite 13.

28) a0135

Betrachten Sie wieder die Daten aus Beispiel 16 auf Seite 8 und lösen Sie die gleichen Aufgaben wie in Beispiel 26 auf Seite 13.

29) a0136

Betrachten Sie wieder die Daten aus Beispiel 17 auf Seite 9 und lösen Sie die gleichen Aufgaben wie in Beispiel 26 auf Seite 13.

30) a0137

Betrachten Sie wieder die Daten aus Beispiel 18 auf Seite 9 und lösen Sie die gleichen Aufgaben wie in Beispiel 26 auf Seite 13.

31) a0122

Das von einer Konkurrenzfirma vertriebene Produkt HIMMELSCHREI wurde über einen längeren Zeitraum hinweg beobachtet. Ein besonderes Interesse galt dabei folgenden Ereignissen:

A: Für HIMMELSCHREI wird eine aufwendige Werbung gemacht.

B: Der Preis für HIMMELSCHREI wird erhöht.

C: HIMMELSCHREI ist erfolgreich.

Von folgenden Wahrscheinlichkeiten kann ausgegangen werden:

$$\begin{array}{lclrlclrlcl}
P(A) & = & 0.4 & P(B) & = & 0.5 & P(C) & = & 0.5 \\
P(A \cap B) & = & 0.2 & P(A \cap C) & = & 0.25 & P(B \cap C) & = & 0.1 \\
P(A \cap B \cap C) & = & 0.08 & & & & & &
\end{array}$$

Interpretieren Sie die nachfolgenden Ereignisse und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten:

a) $A \cup C$

b) $A \cup B \cup C$

c) $(\bar{A} \cap \bar{B}) \cup C$

d) $(\bar{A} \cap \bar{B}) \cap C$

e) $(\bar{A} \cup \bar{C}) \cap B$

32) a0150

Bei einer Befragung unter den Studenten einer Universität bezeichne A das zufällige Ereignis, daß ein zufällig ausgewählter Student mindestens eine Umweltvorlesung besucht, und B sei das Ereignis, daß ein zufällig ausgewählter Student mindestens einen Sprachkurs belegt. Dabei seien (angenommene Werte) $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.1$. Man berechne $P(A \cup B)$, $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ und beschreibe alle vorkommenden Ereignisse in Worten.

33) a0151

Eine Erdölgesellschaft führt an drei Orten a, b, c Bohrungen durch. Man schätzt die Wahrscheinlichkeit für eine fündige Bohrung in Ort a (Ereignis A) mit 0.4, in b (Ereignis B) mit 0.6 und in c (Ereignis C) mit 0.15. Der Erfolg der Bohrungen an den Orten a, b, c möge als (vollständig) unabhängig voneinander angesehen werden können. Wie groß ist demnach die Chance dafür, daß

a) alle Bohrungen,

b) keine Bohrung,

c) mindestens eine Bohrung,

d) genau zwei Bohrungen

zum Erfolg führen?

34) a0103

Ein Elektrohändler hat drei Fernsehapparate einer bestimmten Marke geliefert bekommen und überprüft deren Funktionstüchtigkeit, bevor er sie an seine Kunden weiterverkauft. Bezeichne A_i das Ereignis, dass beim i-ten Gerät ein Defekt festgestellt wird (i=1,2,3). Beschreiben Sie mit Hilfe von A_1, A_2, A_3 und passender Mengenoperationen folgende Ereignisse:

a) Alle Fernsehapparate sind defekt.

b) Mindestens ein Fernsehapparat ist defekt.

c) Höchstens ein Fernsehapparat ist defekt.

d) Alle Fernsehapparate sind intakt.

e) Der erste Fernsehapparat ist defekt und von den anderen beiden Geräten hat höchstens einer einen Fehler.

f) Genau zwei Fernsehapparate sind defekt.

35) a0014

Eine "faire" Münze mit den Seiten $Wappen$ und $Zahl$ werde dreimal geworfen. Man untersuche, ob die Ereignisse A, B, C

a) paarweise unabhängig

b) vollständig unabhängig

sind. Dabei seien

A das Ereignis: gleiche Seiten bei den letzten beiden Würfen,

B das Ereignis: gleiche Seiten beim 1. und 3. Wurf und

C das Ereignis: gleiche Seiten bei den beiden ersten Würfen.

Geben Sie Stichproben- und Ereignisraum an.

36) a0015

Welches der beiden Spiele ist für den Spieler gewinnbringender, d.h. besitzt eine höhere Gewinnwahrscheinlichkeit?

a) Ein Spiel mit *einem* Würfel, bei dem er mit 4 Würfen mindestens einmal die Sechs wirft.

b) Ein Spiel mit *zwei* Würfeln, bei dem er mit 24 Würfen mindestens einmal eine Doppelsechs wirft.

37) a0104

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit einem fairen Würfel bei fünf Würfen

a) mindestens einen Sechser

b) erst im fünften Wurf einen Sechser

c) genau einen Sechser

d) genau dreimal nacheinander einen Sechser und keinen weiteren

zu werfen.

38) a0153

Eine ideale Münze werde 10 mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß dabei

a) genau 2 mal "Wappen oben",

b) genau 5 mal "Wappen oben",

c) höchstens bis zu 5 mal "Wappen oben"

auftritt?

39) a0016

Beim Kartenpoker mit 52 Karten werden an die Spieler jeweils fünf Karten verteilt. Es gibt dabei folgende Gewinnmöglichkeiten:

Royal Straight: Straight Flush in Herz mit den höchsten Kartenwerten, also Herz–As, Herz–König, Herz–Dame, Herz–Bube und Herz–Zehn.

Straight Flush: ein Straight, bei dem alle Karten von *einer* Farbe sind;

Four of a Kind: ("Poker") genau 4 gleiche Kartenwerte (z.B. Herz–Acht, Karo–Acht, Treff–Acht und Pik–Acht sowie Karo–Dame);

Full House: 2 gleiche und 3 gleiche Kartenwerte (z.B. Karo–As und Herz–As sowie Herz–Neun, Treff–Neun und Pik–Neun);

Flush: alle 5 Karten sind von einer Spielfarbe;

Berechnen Sie die einzelnen Gewinnwahrscheinlichkeiten.

40) a0017

Beim Kartenpoker mit 52 Karten werden an die Spieler jeweils fünf Karten verteilt. Es gibt dabei folgende Gewinnmöglichkeiten:

Straight: 5 Karten in aufsteigender Reihenfolge (z.B. Herz–Acht, Pik–Neun, Pik–Zehn, Karo–Bube und Pik–Dame);

Three of a Kind: genau 3 gleiche Kartenwerte (z.B. Herz–As, Karo–As und Pik–As);

Two Pairs: 2×2 gleiche Kartenwerte (z.B. Herz–Bube und Treff–Bube sowie Herz–Dame und Karo–Dame);

One Pair: Unter den 5 Spielkarten befinden sich genau 2 gleiche Kartenwerte, wobei der Kartenwert des Paares mindestens 'Bube' sein muß (z.B. Herz–Dame und Treff–Dame);

Berechnen Sie die einzelnen Gewinnwahrscheinlichkeiten.

41) a0154

Eine Strecke der Länge L werde durch zwei "rein zufällig" ausgewählte Teilungspunkte in 3 Stücke geteilt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit läßt sich aus diesen Teilstücken ein Dreieck legen?

42) a0019

Ein dreimotoriges Flugzeug stürzt ab, wenn der Hauptmotor in der Mitte oder beide Seitenmotoren ausfallen. Ein viermotoriges Flugzeug stürzt ab, wenn auf einer Seite beide Motoren ausfallen. Es wird angenommen, dass jeder der Flugzeugmotoren mit der Wahrscheinlichkeit p auf einem bestimmten Flug ausfällt. Unter der Annahme der Unabhängigkeit für das Eintreten der Defekte an den einzelnen Fluzeugmotoren berechne man die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein drei- bzw. viermotoriges Flugzeug durch Motorversagen abstürzt (zuerst allgemein und dann setze man für $p = 0.05$).

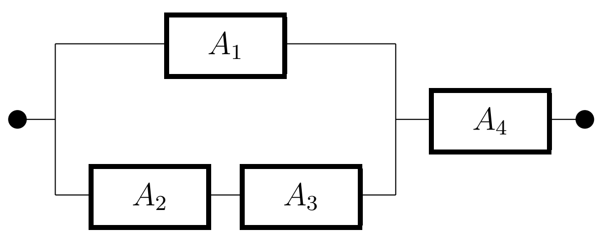
43) a0020

Wie groß ist die Zuverlässigkeit eines Gerätes (siehe Skizze) G, also die Wahrscheinlichkeit, dass das Gerät G vor einem Zeitpunkt t nicht ausfällt, wenn die Zuverlässigkeiten $P(A_i)$ der Bauteile A_i $(i = 1, ..., 4)$ gegeben sind durch:

$P(A_1) = 0.8 \qquad P(A_2) = 0.9 \qquad P(A_3) = 0.7 \qquad P(A_4) = 0.9$

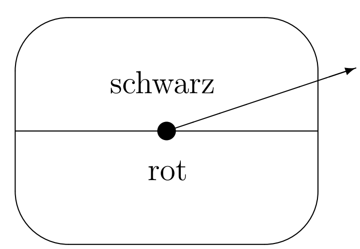
Der Ausfall eines Bauteils soll unabhängig sein vom Ausfall eines anderen.

Geben Sie zunächst die Zuverlässigkeiten für Serien- und Parallelsysteme an und zeigen Sie deren Zusammenhang.



44) a0140

Auf einem Jahrmarkt lädt das abgebildete Glücksrad zu folgendem Spiel ein: Für sechs Spiele beträgt der Einsatz 10 Schilling. Bei schwarz gewinnen Sie 10 Schilling, bei rot verlieren Sie 10 Schilling. Sie müssen aufhören zu spielen, wenn Sie alles verloren haben, oder 30 Schilling dazu gewonnen haben. In allen anderen Fällen müssen Sie 6 Spiele machen. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten zu gewinnen bzw. zu verlieren und seinen Einsatz zurückzuerhalten.
Hinweis: Baumdiagramm.



45) a0018

Zwei Personen A und B verabreden, sich an einem bestimmten Ort zwischen 12 und 1 Uhr zu treffen. Beide kommen irgendwann während dieser Zeitspanne zufällig an, und die Ankunftszeiten der beiden seien unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich treffen, falls A und B jeweils 10 Minuten warten. (*Hinweis* : Veranschaulichen Sie sich Srichproben- und Ereignisraum grafisch.)

46) a0021

Zwei Schnellzüge, die in entgegengesetzter Richtung fahren, sollen zwischen 15 Uhr und 15 Uhr 15 im gleichen Bahnhof eintreffen. Jeder Zug hat dort eine Minute Aufenthalt. Beide kommen irgendwann während dieser Zeitspanne zufällig an, und die Ankunftszeiten der beiden seien unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich beide Züge im Bahnhof treffen. (*Hinweis:* Veranschaulichen Sie sich Srichproben- und Ereignisraum grafisch.)

47)

a0033

Die Wahrscheinlichkeit eine Zielscheibe zu treffen, ist bei 3 Schützen $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$. Jeder schießt einmal auf die Scheibe.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer trifft.

b) Wie groß ist unter der Annahme, dass die Scheibe genau einmal getroffen wurde, die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Mann sie getroffen hat?

48)

a0141

Der Haushalt des arbeitslosen Diplomingenieurs Niximus befindet sich wirtschaftlich in einer sehr prekären Lage. Am morgigen Tag könnten sich die Ereignisse im guten wie im schlechten Sinne dramatisch zuspitzen. Es kann nämlich sein, dass morgen

- der Gerichtsvollzieher erscheint (Ereignis A)
- es kann aber auch sein, dass die reiche Erbtante Clementine Raff (Ereignis B) zu Besuch kommt, deren Gunst Niximus jedoch seinerzeit verspielt hatte, als er bei der Statistik-Prüfung durchfiel.

Es sei $P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.2,$ und $P(B|A) = 0.3.$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) A und B

b) einer von beiden (A oder B)

c) einer von beiden, aber nicht beide zusammen

d) keiner von beiden (weder A noch B)

zu Besuch kommt?

49)

a0162

In einem Restaurant essen mittags gewöhnlich 40% der Gäste keine Vorspeise, 35% der Gäste keinen Nachtisch und 15% der Gäste weder Vorspeise noch Nachtisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

a) ein Gast, der keinen Nachtisch wählt, auch keine Vorspeise nimmt,

b) ein Gast, der eine Vorspeise gewählt hat, auch noch einen Nachtisch nimmt?

50)

a0161

In einer Urne befinden sich 5 schwarze, 3 grüne und 2 weiße Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, bei "rein zufälligem" zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen im zweiten Zug eine weiße Kugel zu ziehen, wenn im ersten Zug

a) eine weiße Kugel

b) eine schwarze oder weiße Kugel

gezogen wurde?

51) a0023

Bei einer Prüfung sind 25% der Prüflinge in Mathematik, 15% in Statistik und 10% in Mathematik und Statistik durchgefallen. Einer der Prüflinge wird zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er in

a) Mathematik durchfiel, wenn man weiß, dass er Statistik nicht bestanden hat?

b) Statistik durchfiel, wenn man weiß, dass er Mathematik nicht bestanden hat?

c) Mathematik oder Statistik durchfiel?

52) a0127

Zeigen und verifizieren Sie folgende Formeln:
Gegeben sei der Stichprobenraum Ω mit $\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$, wobei gilt: $A_i \cap A_j = \emptyset$ für i,j=1,...,n und $i \neq j$ (disjunkte Zerlegung von Ω). Dann gilt für jede Menge $B \subseteq \Omega$:

- $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$ **Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit**
- $P(A_k|B) = \dfrac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$ **Satz von Bayes**

53) a0156

Bei einem bestimmten Prüfverfahren in der Qualitätskontrolle wird ein Ausschussteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.98 erkannt. Ein einwandfreies Teil wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.99 als solches eingestuft. Es liege in der Produktion ein Ausschuss prozentsatz von 3% vor.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Produkt durch das Prüfverfahren als fehlerhaft eingestuft wird?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein als Ausschuss erkanntes Teil tatsächlich Ausschuss ist?

54) a0022

In einer Fabrik wird ein Werkstück an 2 Maschinen gefertigt. Die Werkstücke von Maschine 1 haben einen Ausschussanteil von 5%, die von Maschine 2 einen Ausschussanteil von 10%. Die Werkstücke von beiden Maschinen werden gemischt, so dass 60% der gemischten Werkstücke von Maschine 1 stammen. Man zieht aus der Mischung ein Werkstück.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das gezogene Werkstück ein Ausschussstück ist?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das gezogene Werkstück von Maschine 1 stammt, wenn es ein Ausschussstück ist?

55) a0032

In einem Betrieb seien 96% aller Erzeugnisse normgerecht. Bei der Gütekontrolle wird ein Normsystem benutzt, das 98% der normgerechten Erzeugnisse als normgerecht und 95% der nicht normgerechten Erzeugnisse als nicht normgerecht erkennt. Um eine größere Genauigkeit zu erzielen, werden alle Erzeugnisse nach dem obigen Verfahren doppelt geprüft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) ein bei der doppelten Kontrolle als normgerecht ausgewiesenes Erzeugnis in der Tat der Norm genügt?

b) ein beliebiges Erzeugnis die doppelte Kontrolle besteht?

56) a0105

Eine Musikkassette werde zu 30% im Auto und sonst in der Wohnung abgespielt. Im Auto habe diese mit 75%-iger und in der Wohnung mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit eine Lebensdauer größer als 500 Betriebsstunden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden für die Kassette mehr als 500 Betriebsstunden erreicht?

57) a0123

In einem Büro arbeiten vier Sekretärinnen, die 40%, 10%, 30% und 20% der Unterlagen wegordnen. Die Wahrscheinlichkeiten, dass hierbei Fehler auftreten sind 0.01, 0.04, 0.06 und 0.1.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler gemacht wird?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine falsch geordnete Unterlage von der dritten Sekretärin abgelegt wurde?

58) a0157

Zur Erkennung einer bestimmten Krankheit wird ein Test verwendet, der bei 99% aller Kranken eine Erkrankung diagnostiziert. Allerdings zeigt der Test irrtümlicherweise bei 0.1% aller Gesunden eine Erkrankung an. Dieser Test wird zur Untersuchung einer Population verwendet, in der erfahrungsgemäß 1% Kranke sind. Eine aus dieser Population zufällig ausgewählte Person unterzieht sich dem Test, und es wird eine Erkrankung angezeigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Person wirklich krank?

59) a0024

20% der von einer Maschine erzeugten Werkstücke sind unbrauchbar. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass von 4 zufällig ausgewählten Stücken

a) eines

b) mindestens eines

unbrauchbar ist (Hinweis: Binomialverteilung).

60) a0158

Aus einem Lieferposten von gleichartigen Stahlbetonträgern werden 50 Teile zufällig herausgegriffen. Erfahrungsgemäß besitzen 99% dieser Träger eine Bruchfestigkeit, die über dem Doppelten des vom Hersteller garantierten Wertes liegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß höchstens drei dieser Teile eine Bruchfestigkeit besitzen, die höchstens den doppelten Wert des vom Hersteller angegebenen beträgt?

61) a0159

An einer Tankstelle kommen zwischen 16.00 und 18.00 Uhr durchschnittlich 4 Fahrzeuge pro Minute an. Man gehe davon aus, dass die Anzahl X der in einer Minute ankommenden Fahrzeuge poissonverteilt ist mit $\lambda = 4$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) kein Fahrzeug ankommt?

b) genau ein Fahrzeug ankommt?

c) mindestens vier Fahrzeuge ankommen?

62) a0025

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die mit einem bestimmten Serum geimpft worden ist, eine Gegenreaktion auf dieses Serum zeigt, beträgt 0.001. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass von 2000 Personen

a) genau 3

b) mehr als 2

eine Gegenreaktion zeigen (Hinweis: Poissonverteilung).

63) a0160

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Brennelement in einem Kernreaktor den Bedingungen einer Qualitätsprüfung nicht genügt, beträgt 0.02%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) höchstens 2 von 5000,

b) genau eines von 1000,

c) keines von 100

dieser Brennelemente die Qualitätsbedingungen nicht erfüllen?

64)

a0034

Bei Herztransplantationen in einem Krankenhaus leben 80% der Patienten länger als ein Jahr. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

a) genau 60% der nächsten fünf Patienten länger als ein Jahr leben?

b) mindestens einer der nächsten 5 Patienten länger als ein Jahr lebt?

(Hinweis: Binomialverteilung).

65)

a0035

Von einer bestimmeten Briefkastenwerbung ist bekannt, dass in zwei von 1000 Fällen aufgrund dieser Werbung ein Kaufvertrag abgeschlossen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 800 Personen, die in Ihrem Briefkasten die Werbung vorfinden

a) keine

b) höchstens zwei

c) mindestens drei

einen Kaufvertrag abschließen?
(Hinweis: Poissonverteilung)

66)

a0163

Es sei X eine poissonverteilte Zufallsgröße mit dem Parameter $\lambda = 4$. Man ermittle die Wahrscheinlichkeiten bzw. bedingten Wahrscheinlichkeiten

a) $\mathrm{P}(X = 0)$,

b) $\mathrm{P}(X < 4)$,

c) $\mathrm{P}(X = 4)$,

d) $\mathrm{P}(X > 4)$,

e) $\mathrm{P}(X > 3 \mid X > 0)$.

67)

a0124

Ein Test besteht aus 12 Fragen, wobei jeweils drei Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist, gegeben sind. Falls 10 Fragen richtig beantwortet weden, ist die Klausur bestanden. Ein Student kommt nun unvorbereitet zu diesem Test und kreuzt zufällig jeweils eine der drei Antwortmöglichkeiten an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er den Test besteht?

68) a0026

Betrachten Sie als Zufallexperiment das Werfen von drei Münzen. Dabei bedeute Wappen den Wert 0 und Zahl den Wert 1. Eine Zufallsvariable X sei durch die Summe der drei Werte bestimmt. Geben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum an, bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung und Verteilungsfunktion und stellen Sie diese beiden grafisch dar.

Eine Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $W(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ ist eine Abbildung $X : \Omega \to \mathbf{R}$ mit der Eigenschaft, dass für jedes Intervall $I \subset \mathbf{R}$ die Menge $A = \{\omega \in \Omega | X(\omega) \in I\}$ zum Ereignissystem $\mathcal{A}$ gehört. Die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses wird mit $P(X \in I)$ bezeichnet. Das ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X Werte im Intervall I annimmt. Stellen Sie nun den Zusammenhang zwischen den Teilmengen des Ereignissystems und den Intervallen bezüglich der Verteilungsfunktion her.

69) a0027

a) Für welches c stellt $f(x)$ eine Dichtefunktion einer Zufallsvariablen dar?

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x)^2 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

b) Geben Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$ an.

c) Bestimmen Sie $P(X \in [-1, 1] \mid X \leq \frac{1}{2})$.

d) Sind die Ereignisse $X \in [-1, 1]$ und $X \leq \frac{1}{2}$ unabhängig?

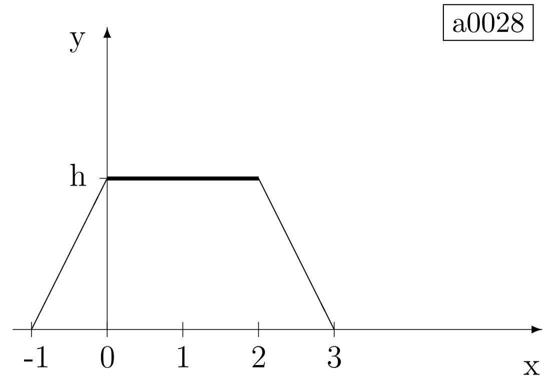
70) a0028

Gegeben sei eine Zufallsgröße X mit einer Dichte von der in der Zeichnung angegebenen Form. Bestimmen Sie:

a) Dichte- und Verteilungsfunktion

b) Median und 0.9-Quantil

c) Die Wahrscheinlichkeit,dass $| X | \leq 2$ ist



71)

a0029

Die Lebensdauer eines Bauteiles sei eine Zufallsgröße T mit der Dichtefunktion:

$$f(t) = \begin{cases} \alpha \cdot e^{-\alpha t} & : \quad t > 0 \quad mit \quad \alpha > 0 \\ 0 & : \quad sonst \end{cases}$$

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauteil den Zeitpunkt t_0 überlebt, wenn es zur Zeit t=0 eingesetzt wurde? ($\alpha = \frac{1}{500h}$, $\quad t_0 = 300h$)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauteil zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2 ausfällt, wenn es zur Zeit $t_0 = 0$ eingesetzt wurde? ($\alpha = \frac{1}{500h}$, $\quad t_1 = 200h$, $\quad t_2 = 300h$)

c) Man hat beobachtet, dass das Bauteil 200 Stunden ohne Ausfall arbeitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Bauteil weitere 200 Stunden ohne Ausfall arbeitet?

72)

a0164

Es sei X eine stetige Zufallsgröße mit der Verteilungsfunktion F:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 0 \\ x^3(4-3x) & \text{für} \quad 0 \le x < 1 \\ 1 & \text{für} \quad x \ge 1 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Dichtefunktion f.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

c) Berechnen Sie die Varianz von X.

73)

a0142

Gegeben seien die stetige Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{72}x^2 + \frac{1}{12}x + \frac{1}{12} & 0 \le x \le 6 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 9 \cdot x^2 + 10.02 \cdot x & 0 \le x \le 10 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

a) Stellen obige Funktionen Dichtefunktionen dar?

b) Wenn ja, dann bestimme man die Wahrscheinlichkeit $P(1 \le x \le 5)$ und

c) den Erwartungswert und die Varianz von X.

74)

a0165

Eine Zufallsgröße heißt **stetig gleichmäßig verteilt** (oder **rechteckverteilt**) über $[a, b]$, $a < b$, falls ihre Dichte f gegeben ist durch

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{für} \quad a \leq x < b \\ 0 & \text{für} \quad x \geq b \end{cases}$$

a) Stellen Sie die Dichtefunktion grafisch dar und berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F.

b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

c) Berechnen Sie die Varianz von X.

75)

a0106

Ein begeisteter Fußballfan gibt jede Woche Tototips ab, wobei er die Ziffern 0 (Unentschieden), 1 (Heimsieg), 2 (Auswärtssieg) unter Zuhilfenahme der Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$P(X = k) \quad = \quad \begin{cases} \frac{1}{4} + ak + bk^2 & k = 0, 1, 2 \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$

verteilt. Die Größen a und b hält er geheim. Es ist aber bekannt, dass für seine Tips außerdem $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ gilt. Bestimmen Sie a und b sowie die zugehörige Verteilungsfunktion.

76) a0038

a) Die Länge eines Werkstückes sei normalverteilt mit dem Mittel $\mu = 3$ und der Standardabweichung $\sigma = 0.2$. Als Ausschuss werden alle Werkstücke betrachtet, die kürzer als 2.8 oder länger als 3.2 sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Ausschuss?

b) $X \sim N(3, 12^2)$. Bestimmen Sie a so, dass gilt: $P(X > a) = 0.6255$.

77) a0169

Bei der automatischen Abfüllung von $\frac{1}{2}$-l-Milchflaschen wird das abgefüllte Flüssigleitsvolumen V als normalverteilt mit $\mu = 500$ (in cm^3) und $\sigma = 5$ (in cm^3) angenommen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine $\frac{1}{2}$-l-Milchflasche weniger als 490 cm^3 enthält?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einer Abfüllung die eingefüllte Milch überläuft, wenn das Volumen einer $\frac{1}{2}$-l-Milchflasche 510 cm^3 beträgt?

78) a0170

Die Zufallsgröße X sei normalverteilt mit $\mu = 1$ und $\sigma^2 = 4$. Man ermittle

a) $P(X \geq 1)$,

b) $P(|X| > 4)$,

c) $P(|X - 1| > 6)$,

d) $P(X^2 < 4)$,

und man bestimme die Konstante α so, daß gilt:

e) $P(X \geq \alpha) = 0.0548$,

f) $P(|X - \mu| < \alpha) = 0.95$.

79) a0044

Sei X eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2. Im folgenden sollen Sie ein Reihe von Toleranzintervallen zu vorgegebener Länge bzw. zu einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit angeben.

a) $\mathrm{P}(|X - \mu| \leq k\sigma) =?$ für $k = 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5$

b) $\mathrm{P}(|X - \mu| \leq k\sigma) = p$ für $p = 0.90, 0.95, 0.99, 0.999$
$k =?$

c) $\mathrm{P}(X - \mu \leq t\sigma) = p$ für $p = 0.90, 0.95, 0.99, 0.995, 0.999$
$t =?$

80) a0045

Eine Münze wird 500 mal geworfen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl von Kopf

a) nicht mehr als 10 von 250 abweicht.

b) nicht mehr als 30 von 250 abweicht.

c) mehr als 20 von 250 abweicht.

d) um 15 größer ist als 250.

81)

a0171

Die Lebensdauer T eines elektronischen Bauelementes sei exponentialverteilt, d.h.

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t} \qquad (t \geq 0)$$

Welchen Wert nimmt der Parameter λ an, wenn man annimmt, daß die Lebensdauer mit einer Wahrscheinlichkeit $p = 0.9$ mindestens 50 Stunden beträgt? Wie groß ist in diesem Fall die mittlere Lebensdauer $\frac{1}{\lambda}$?

82)

a0172

Die Weglänge, die ein Gasmolekül zurücklegt, bevor es mit einem anderen Molekül zusammentrifft, heißt *freie Weglänge*. Unter der üblichen Annahme, daß diese freie Weglänge eine mit dem Parameter $\lambda = 10$ exponentialverteilte Zufallsgröße X ist, bestimme man die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

a) Die freie Weglänge liegt zwischen 0.3 und 30,

b) die freie Weglänge ist größer als 1.

Wie groß ist β zu wählen, damit die freie Weglänge mit einer Wahrscheinlichkeit $p = 0.05$ größer als β ist?

83)

a0046

Eine Pumpe sei ununterbrochen in Betrieb, bis sie ausfalle. Die Zufallsvariable X , die die zufällige Dauer der Funktionsfähigkeit der Pumpe beschreibt, möge stetig verteilt sein mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \lambda^2 \cdot x \cdot e^{-\lambda x} & : \quad x > 0 \\ 0 & : \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Weiter sei bekannt, dass Pumpen dieser Art im Mittel 100 Stunden laufen, bis sie ausfallen.

a) Wie ist der Parameter λ zu wählen, damit der Erwartungswert von X gleich der mittleren Laufzeit dieser Pumpe ist ?

b) Man bestimme folgende Wahrscheinlichkeiten:
$P(X \leq 100)$ $\qquad$ $P(X \leq 200 \mid X \geq 100)$ $\qquad$ $P(X \leq 300 \mid X \geq 200)$

c) Aus Sicherheitsgründen tauscht man die Pumpe, sobald sie 100 Stunden ununterbrochen gelaufen ist, gegen eine neue gleichartige aus. Man bestimme die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable Y, die die Einsatzzeit dieser Pumpe beschreibt. (Die Einsatzzeit ist die Zeit, die vergeht, bis die Pumpe entweder ausfällt oder aber ausgewechselt wird.)

84)

a0108

Über die Zeit X (in Stunden), die ein Techniker benötigt, um eine Maschine zu reparieren, ist bekann, dass diese einer Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 2$ unterliegt, d.h. X besitzt die Dichte

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} 2e^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion F und stellen Sie diese sowie die Dichte grafisch dar.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Techniker

i) höchstens eine halbe Stunde
ii) zwischen 0.2 und 0.4 Stunden
iii) mehr als 12 Minuten

für die Reparatur aufwenden muss?

c) Wieviele Stunden werden durchschnittlich für die Reparatur einer Maschine benötigt? Bestimmen Sie außerdem die Varianz der Reparaturzeit.

85)

a0049

Seien $X_1, X_2, \cdots, X_n$ n Zufallsgrößen auf $(\Omega, \mathcal{A}, \mathrm{P})$ mit $\mathbf{E}(X_k) = \mu_k, \mathbf{Var}(X_k) = \sigma_k^2$ und $\mathbf{Cov}(X_k, X_l) = \sigma_{kl}$ (k,l=1,...,n). Ferner seien $a_k \in \mathbf{R}$ für k=1,...,n. Zeigen Sie für $Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots + a_nX_n$

a) $\mathbf{E}(\mathrm{Y}) = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k\mu_k$

b) $\mathbf{Var}(\mathrm{Y}) = \sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{l=1}^{n} a_k a_l \sigma_{kl} = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k^2\sigma_k^2 + 2 \cdot \sum\limits_{k=1}^{n}\sum\limits_{l=k+1}^{n} a_k a_l \sigma_{kl}$

c) $\mathbf{Var}(\mathrm{Y}) = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k^2\sigma_k^2$, falls die X_k paarweise unkorreliert sind.

86)

a0047 R

Bei der Messung von Kugeldurchmessern wurden folgende Abweichungen X (in μm) vom Normmaß 10mm festgestellt:

2.62	1.66	4.80	4.61	3.33	2.81	4.35	2.89	3.64	2.15	3.67	2.48	1.81	1.70	1.85
2.98	4.38	3.91	2.47	2.35	1.09	3.29	2.31	4.09	2.57	3.06	2.63	4.00	3.89	4.15
3.97	2.21	3.91	1.48	2.96	2.85	5.24	1.44	2.24	4.36	0.97	2.41	3.96	2.90	3.63
1.13	3.90	2.32	4.28	3.32										

Was lässt sich über die Verteilung aussagen, liegt eine Stichprobe einer normalverteilten Zufallsgröße vor? (Wahrscheinlichkeitsnetz). Zeichnen Sie ein Histogramm und schätzen Sie Mittelwert und Streuung sowohl numerisch als auch grafisch.

87)

a0048 R

An 15 Stück 9-Ω-Widerständen wurden folgende Werte (in Ω) gemessen:

8.6	10.8	12.8	7.7	9.1	5.3	11.4	11.0	9.1	8.7	7.5	6.8	10.4	4.3	8.2

Liegt eine Stichprobe einer normalverteilten Zufallsgröße vor? (Wahrscheinlichkeitsnetz). Schätzen Sie Mittelwert und Streuung grafisch.

(Anleitung: Bei kleinen Stichproben (n $\leq$ 30) und daher nichtklassierten Daten, geht man zur Gewinnung der Summenlinie im Wahrscheinlichkeitsnetz wie folgt vor: Die Stichprobe wird der Größe nach geordnet $x_{(1)} \leq x_{(2)} \cdots \leq x_{(n)}$. Jedem dieser Werte wird nun eine Summenwahrscheinlichkeit $\dfrac{i-0.5}{n}$ zugeornet. Man erhält also n Punktepaare $(x_{(i)}, \dfrac{i-0.5}{n})$, die dann in das Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen werden können.)

88)

a0059 R

Die Dauerbiegefestigkeit von Zellwollfasern wurde an $n = 50$ Fasern geprüft. Die Erbegnisse des Versuches sind in nachstehender Tabelle angegeben. Sie enthält die Zahl der Doppelbiegungen bis zum Bruch; es wurde bereits eine Klasseneinteilung vorgenommen.

0 - 99	0
100 - 199	3
200 - 299	9
300 - 399	9
400 - 499	8
500 - 599	6
600 - 699	5
700 - 799	3
800 - 899	3
900 - 999	1
1000 - 1099	1
1100 - 1199	1
1200 - 1299	0
1300 - 1399	1

Berechnen Sie Stichprobenmittel und –streuung und erstellen Sie ein Histogramm. Prüfen Sie ferner im Wahrscheinlichkeitsnetz, ob eine logarithmische Normalverteilung vorliegt. Schätzen Sie im positiven Fall die Parameter grafisch.

89)

a0211

Die Zufallsgröße X sei stetig gleichmäßig verteilt auf $[-1,1]$, d.h. ihre Dichtefunktion f gegeben ist durch

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -1 \\ \frac{1}{2} & \text{für} \quad -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{für} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Berechnen Sie Verteilungsfunktion der Zufallsgröße $Y = |X|$.

90)

a0063

Die zufällige Variable X habe die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & : \quad x \geq 0 \\ 0 & : \quad sonst \end{cases}$$

Bestimmen Sie für die zufällige Variable $Y = \dfrac{1}{1+X^2}$ Verteilungs- und Dichtefunktion.

91)

a0166

Die Zufallsgröße X sei stetig gleichmäßig verteilt auf $[-1,1]$, d.h. ihre Dichtefunktion f gegeben ist durch

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -1 \\ \frac{1}{2} & \text{für} \quad -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{für} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Berechnen Sie Verteilungs- und Dichtefunktion der Zufallsgröße $Y = X^3$.

92)

a0167

Die Dichtefunktion einer Zufallsgröße X sei gegeben durch

$$f(x) \quad = \quad \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -1 \\ 1-|x| & \text{für} \quad -1 \leq x < 1 \\ 0 & \text{für} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

Berechnen Sie die Quantile x_q der Ordnung $q = 0.25$, 0.5 (Median) bzw. 0.75.

93)

a0051

Die zufällige Variable (X,Y) habe die Dichtefunktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{8}(x+y) & : \quad x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq 2 \\ 0 & : \quad sonst \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Randverteilung von X und Y.

94)

a0173

Die zufällige Variable (X,Y) habe die Dichtefunktion

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + xy(x^2 - y^2)) & : \quad -1 \le x < y \le 1 \\ 0 & : \quad sonst \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Randverteilung von X und Y.

95)

a0174

Die Zufallsgrößen X und Y nehmen die Werte 1, 2 und 3 an. Dabei seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$P(X = 1) = 0.5 \qquad P(X = 2) = 0.3,$
$P(Y = 1) = 0.7 \qquad P(Y = 2) = 0.2,$

$P(X = 1, Y = 1) = 0.35,$
$P(X = 2, Y = 2) = 0.06$ und
$P(X = 3, Y = 1) = 0.20.$

a) Man stelle die Verteilungstabelle von (X, Y) auf.

b) Sind X und Y unabhängig?

c) Man bestimme $\mathrm{E}X$, $\mathrm{E}Y$, $\mathrm{Var}(X)$, $\mathrm{Var}(Y)$, ρ_{XY}.

96)

a0055

Ein Würfel wird zweimal geworfen. X sei die Anzahl der geraden Augenzahlen und Y die Anzahl der Augenzahlen < 4.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von (X,Y) und gebe die Wahrscheinlichkeitsfunktionen der Randverteilungen von X und Y an.

b) Bestimmen Sie **Cov**(X,Y).

97)

a0061

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen (X,Y) sei durch folgende Tabelle gegeben:

Y / X	-2	-1	0	1
1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$

Bestimmen Sie

a) die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen (U,V)=(X^2, Y^2)

b) die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen Z=$X^2 + Y^2$

98) a0175

Es sei (X, Y) ein zufälliger Vektor, dessen Komponenten X und Y nur die Werte 0 und 1 annehmen können. Dabei ist $P(X = 0) = 0.1$ und $P(Y = 0) = 0.8$.

a) Welche Werte p kann die Wahrscheinlichkeit $P(X = 1, Y = 1)$ annehmen?

b) Man ermittle den Korrelationskoeffizienten ρ_{XY} für alle nach a) möglichen Werte p.

c) Welche Werte p kann $P(X = 1, Y = 1)$ annehmen, damit X und Y unabhängig sind? Wie lautet in diesem Fall die Verteilungstabelle für die Zufallsgröße $Z = X - Y$?

99) a0176

Die Zufallsgrößen X und Y nehmen die Werte 1, 2 und 3 an. Dabei seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:
$P(X = 1) = 0.5$ $\quad P(X = 2) = 0.3$,
$P(Y = 1) = 0.7$ $\quad P(Y = 2) = 0.2$,

$P(X = 1, Y = 1) = 0.35$,
$P(X = 2, Y = 2) = 0.06$ und
$P(X = 3, Y = 1) = 0.20$.

a) Man stelle die Verteilungstabelle von (X, Y) auf.

b) Man ermittle die Einzelwahrscheinlichkeiten der Zufallsgrößen

$$Z_1 = X + 3Y \qquad \text{und} \qquad Z_2 = X^2 - Y$$

sowie $\mathrm{E}Z_1$, $\mathrm{E}Z_2$, $\mathrm{Var}(Z_1)$ und $\mathrm{Var}(Z_2)$.

100)

a0177

Seien $k_1, \ldots, k_n$ unabhängige Stichprobenwerte einer binomialverteilten Zufallsvariable X. Bestimmen Sie daraus für den unbekannten Parameter p $(0 < p < 1)$ bei gegebenem Parameter m den Maximum-Likelihood-Schätzer.
Hinweis: Die Punktwahrscheinlichkeit bei der Binomialverteilung ist gegeben durch

$$P(X = k) = \binom{m}{k} p^k (1-p)^{(m-k)} \qquad (k = 0, \ldots, m) \ .$$

101)

a0178

Die Zufallsgröße X sei logarithmisch normalverteilt mit den Parametern μ und σ^2, d.h. $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$. Somit gilt für die Zufallsvariable $Y = ln(X)$, dass $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$.

a) Für die Parameter μ und σ sind Maximum-Likelihood-Schätzer zu bestimmen.

b) Eine Stichprobe bestehe aus folgenden Werten:
10.22, 9.17, 10.48, 10.87, 7.90, 9.37, 9.40, 11.22.
Welche Maximum-Likelihood-Schätzwerte ergeben sich daraus für μ und σ und damit für Erwartungswert und Varianz von X?
Hinweis: Es gilt: $EX = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$, $Var(X) = e^{2\mu + \sigma^2} \left(e^{\sigma^2} - 1 \right)$.

102)

a0065

Eine geometrisch verteilte Zufallsvariable X besitze die unabhängige Stichprobe $(k_1, k_2, \cdots, k_n)$. Bestimmen Sie hieraus für den unbekannten Parameter p dieser geometrischen Verteilung den Maximum-Likelihood-Schätzer.
Hinweis: $P(X = k) = (1-p)^{k-1} \cdot p$

103)

a0066

Die Durchmesser der von einer bestimmten Maschine gefertigten Stahlkugeln für Kugellager seien ungefähr normalverteilt. Bei einer Stichprobe vom Umfang $n = 30$ erhält man einen mittleren Durchmesser $\bar{x} = 10.2\ mm$ und eine Standardabweichung $s = 0.62\ mm$. Geben Sie Konfidenzintervalle für den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 zu der Konfidenzzahl $\alpha = 0.05$ an.

104)

a0179 R

Von 30 Studenten ergab eine Messung der Körpergröße X (in cm) folgende Werte:
180, 176, 167, 180, 177, 166, 160, 176, 176, 164,
182, 165, 175, 172, 172, 173, 179, 166, 162, 168,
170, 177, 183, 179, 172, 166, 163, 176, 177, 181.
Mit dieser Stichprobe berechne man je ein 95%-Konfidenzintervall für die mittlere Körpergröße μ und die Standardabweichung σ der zugehörigen Grundgesamtheit. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Körpergröße X normalverteilt ist.

105)

a0067

Ein Anthropologe untersucht einen bestimmten Volksstamm. Er vermutet, dass die Männer dieses Stammes aufgrund der Zivilisationseinflüsse jetzt größer werden als früher. Ältere Untersuchungen ergaben, dass die Körpergröße annähernd normalverteilt ist mit $\sigma = 15\ cm$.

a) Berechnen Sie unter der Annahme, dass die Streuung gleich geblieben ist, wieviele Männer mindsetens gemessen werden müssen, damit die Länge des 95%-Konfidenzinintervalles für μ höchstens 2 cm ist.

b) 1000 zufällig ausgewählte Männer besitzen eine mittlere Körpergröße von 172.5 cm. Berechnen Sie daraus ein 95%-Konfidenzintervall für μ.

106)

a0110

In einem Betrieb werden u.a. Bohnen in Dosen abgefüllt. Bei einer zufälligen Stichprobe von 25 Dosen wurden folgende Abfüllgewichte in g ermittelt:

173	176	172	176	175	174	172	173	173
174	172	178	176	177	175	176	173	172
175	173	174	177	176	174	174		

Die Abfüllanlage arbeitet laut Hersteller mit einer Standardabweichung von $4g$. Es wird angenommen, dass es sich bei den ermittelten Werten um Realisationen einer normalverteilten Zufallsgröße handelt.

a) Bestimmen Sie einen Schätzer für das durchschnittliche Abfüllgewicht μ.

b) Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für das Durchschittsgewicht an.

c) An drei weiteren Tagen ergeben Stichproben mit jeweils 25 Dosen durchschnittliche Abfüllgewichte von 175.5g, 174.8g und 176.7g. Geben Sie aufgrund dieser Beobachtungswerte jeweils ein 95%-Konfidenzintervall für den Erwarungswert μ an. Veranschaulichen Sie diese Ergebnisse mit den unter b) ermittelten Intervall grafisch, wenn Sie zudem davon ausgehen können, dass das unbekannte Mitel bei $\mu = 175g$ liegt.

107)

a0180

Bei 10 Messungen der Streckgrenze X des Kohlenstoffstahls St 70 ergaben sich folgende Werte (in $\mathrm{N/mm^2}$):
332, 354, 338, 340, 345, 360, 366, 352, 346, 342.
Unter der Annahme, daß diese Werte eine konkrete Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit darstellen, ermittle man 95%-Konfidenzintervalle für

a) den Erwartungswert μ bei bekannter Varianz $\sigma^2 = 105$ (in $\mathrm{N^2/mm^4}$),

b) den Erwartungswert μ bei unbekannter Varianz σ^2,

c) die Varianz σ^2,

d) Wie groß müsste der Stichprobenumfang n im Falle a) mindestens gewählt werden, damit die Länge des 95%-Konfidenzintervalls höchstens 8 $\mathrm{N/mm^2}$ beträgt?

108)

a0112

Bei einer Landtagswahl wurden von 5000 bereits ausgezählten Stimmzetteln 300 für die Besserwisserpartei (BWP) registriert.

a) Schätzen Sie den prozentualen Anteil an Stimmen für diese Partei bei der Landtagswahl.

b) Bestimmen Sie ein approximatives 99%-Konfidenzintervall für den Anteil der Stimmen der BWP sowie für den Stimmenanteil der übrigen Parterien.

109)

a0181

Die Leitung eines Supermarktes möchte wissen, wie bekannt ein spezielles Waschmittel unter den Kunden ist. Zu diesem Zweck wurden n zufällig ausgewählte Kunden befragt und der Bekanntheitsgrad p (%) als Anteil der Kunden, die das Waschmittel kennen, geschätzt. Man berechne 95%-Konfidenzintervalle für p, falls
a) $n = 100$, b) $n = 1000$, c) $n = 10000$
Kunden befragt wurden und jeweils 40% der Kunden das Waschmittel kannten.

d) Wie viele Kunden müßten mindestens befragt werden, damit man den Bekanntheitsgrad mit einer Genauigkeit (= halbe Länge des 95%-Konfidenzintervalls) von $d = 0.01$ schätzen kann?

110) a0068

Die Zufallsvariable der Körpergröße von Mädchen eines bestimmten Jahrganges sei etwa $N(99, 5^2)$-, die der gleichaltrigen Buben etwa $N(100, 5^2)$-verteilt. Aus einer Messreihe vom Umfang 400 sei nicht mehr feststellbar, ob Mädchen oder Buben gemessen wurden.

a) Folgende Testentscheidung wird benutzt: Gilt für den Mittelwert $\bar{x} < 99.5$, so entscheidet man sich für $\mu = 99$, sonst für $\mu = 100$. Bestimmen Sie die Fehlerwahrscheinlichkeiten 1. und 2. Art.

b) Wie groß muss der Stichprobenumfang mindestens sein, damit beide Fehlerwahrscheinlichkeiten höchstens gleich 0.001 sind?

111) a0073 R

Bei der Messung des Durchmessers von Lagerbuchsen wurden folgende (normalverteilte) Abweichungen X (in μm) vom Nennmaß 10 mm festgestellt:

7.13	-1.17	11.87	-1.82	19.64	2.30	8.39	-8.01	-1.24	-0.88
9.12	13.97	-6.52	12.36	-4.98	-0.05	1.15	1.67	9.76	6.53

a) Geben sie jeweils ein 95%–Konfidenzintervall für Mittel und Standardabweichung von X an.

b) Testen Sie mit Sicherheit $1-\alpha = 0.95$ die Hypothese "μ negativ", wenn man auf Grund langer Erfahrung die Standardabweichung mit $\sigma = 8.35\,\mu$m als bekannt voraussetzen kann.

c) Testen Sie die Hypothese "$\mu = 0$" ohne Voraussetzung einer bekannten Standardabweichung auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$.

112) a0182 R

Zur Untersuchung des Anteils von wasserfreiem Glyzerin in einem Glyzerin-Wasser-Gemisch wurden 10 Proben von jeweils 1 cm^3 dieses Gemisches entnommen und die Masse (in mg) bestimmt. Dabei ergaben sich folgende Werte:

1076.8	1077.2	1076.6	1076.5	1077.4
1077.1	1077.5	1077.0	1076.9	1077.0

Man teste auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$, ob dieses Gemisch 30% wasserfreies Glyzerin enthält, was einer Masse $\mu_0 = 1077.1$ (in mg/cm^3) entspricht, unter der Annahme daß

a) die Varianz $\sigma^2 = 0.05$ (in mg^2),

b) die Varianz unbekannt ist.

Es kann vorausgesetzt werden, daß die obigen Werte aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen.

113) a0188

Einer Abfüllanlage für 0.7-Liter-Flaschen wurden zur Kontrolle 100 Flaschen entnommen und die Füllmenge (in ml) festgestellt. Aus dieser Stichprobe berechnete man das arithmetische Mittel 695 ml und die Standardabweichung 12.6 ml. Füllt die Anlage im Mittel wesentlich weniger als 700 ml ab? (Signifikanzniveau 1%)

114) a0113

Bei einer neu angeschafften Flaschenabfüllanlage wird der Brauerei eine mittlere Abfüllmenge von 0.33 l bei einer Standardabweichung von $\sigma = 0.03\ l$ garantiert. Eine Stichprobe von n=16 Flaschen ergab eine durchschnittliche Biermenge pro Flasche von 0.31 l. Es soll angenommen werden, dass die Abfüllmenge normalverteilt ist.

a) Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% davon ausgehen, dass die mittlere Abfüllmenge geringer ist als vom Hersteller angegeben?

b) Bestimmen Sie den kritischen Bereich des oben durchgeführeten Tests und veranschaulichen Sie sich das Testproblem grafisch.

c) Bei Welchem Signifikanzniveau α wird die unter a) betrachtete Hypothese noch abgelehnt?

115) a0183

Bei 10 Messungen der Streckgrenze X des Kohlenstoffstahls St 70 ergaben sich folgende Werte (in N/mm^2):
332, 354, 338, 340, 345, 360, 366, 352, 346, 342.

a) Man teste auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 10\%$ die Nullhypothese $H_0 : \mu = 352$ (in N/mm^2) gegen die Alternativhypothese $H_1 : \mu < 352$. Dabei kann angenommen werden, daß die Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit mit der Varianz $\sigma^2 = 105$ stammt.

b) Wie groß ist für den Test in a) die Wahrscheinlichkeit für die Ablehnung von H_0, wenn für den Mittelwert μ tatsächlich
I) $\mu = 347$, II) $\mu = 358$
gilt?

116) a0184

Bei der Produktion von Bolzen beträgt der Sollwert für den Durchmesser 10 mm. Es kann angenommen werden, daß der Duchmesser X normalverteilt ist mit dem unbekannten Erwartungswert μ und der durch die Technologie der Maschine festgelegten Standardabweichung $\sigma = 0.5$ mm. Zur Überprüfung der Einstellung werden 100 Teile entnommen und daraus der mittlere Durchmesser $\bar{x} = 10.15$ mm berechnet.

a) Prüfen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ die Hypothese $H_0 : \mu = 10$ mm.

b) Bestimmen Sie die Gütefunktion $G(\mu)$ des Test in a) und stellen Sie diese in Abhängigkeit von μ grafisch dar. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, wenn mit dem mittleren Durchmesser von $\mu = 10.15$ mm produziert wird?

c) Wie groß muß der Stichprobenumfang n mindestens sein, damit für den Test in a) bei gleicher Hypothese H_0 und gleichem α für die Alternativhypothese $H_1 : \mu = 10.15$ mm die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art $\beta(10.15)$ höchstens 0.05 beträgt?

117)

a0076 R

Zwei Bäckereien in der näheren Umgebung eines Großbetriebes mit eigener Werksküche beliefern diese mit Semmeln. Da die Küchenleitung, durch entsprechende Beschwerden der Mitarbeiter bestärkt, daran interessiert ist, möglichst gleichmäßige Qualität, d.h. unter anderem annähernd gleich große Semmeln, auszugeben, entschließt sie sich, anhand zweier Stichproben das Streuverhalten im Gewicht des Gebäcks zu vergleichen. Folgende Messwerte (in g) liegen vor, wobei das Gewicht offensichtlich normalverteilt zu sein scheint:

Fabrik A:	49.7	51.9	49.0	49.6	51.2	49.2	49.8	49.9	46.5	51.7
Fabrik B:	48.4	46.3	51.1	49.2	48.7	49.4	49.9	48.3		

a) Lässt sich die Hypothese, dass beide Produktionsstreuungen übereinstimmen, widerlegen? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)

b) Liegt die Standardabweichung bei Fabrik A unter 1.5 g? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)

118)

a0186

Bei der Dosierung von Schüttgut ergab eine herkömmliche Methode für die abgefüllte Masse M die Standardabweichung $\sigma_0 = 0.28$ (in kg) je Füllung. Mit einer technologisch einfacheren Methode erhielt man aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 5$ die empirische Standardabweichung $s = 0.39$ (in kg).

a) Man prüfe, ob sich die Standardabweichung der abgefüllten Masse M bei der technologisch einfacheren Methode signifikant von σ_0 unterscheidet ($\alpha = 5\%$). Dabei gehe man davon aus, daß M normalverteilt ist.

b) Welche Aussage erhält man (bei gleichem α wie in a)), wenn der Umfang der Stichprobe, die zu der empirischen Standardabweichung $s = 0.39$ (in kg) führte, $n = 100$ ist?

119)

a0115

Bei einer Landtagswahl wurden von 5000 bereits ausgezählten Stimmzetteln 300 für die Besserwisser Partei (BWP) registriert. Wird diese Partei bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.01$ die 5% Hürde überwinden?

120)

a0189

Zur Behandlung einer nicht ansteckenden Krankheit wird ein Medikament verabreicht, das erfahrungsgemäß in 70% aller Anwendungen zur Heilung führt. Ein neues Medikament soll nur dann auf den Markt kommen, wenn es einen höheren Heilungserfolg als das bisher verwendete Medikament hat.

a) Zum Nachweis werden 120 Patienten mit dem neuen Medikament behandelt. Von ihnen wurden 90 geheilt. Überprüfen Sie mit der Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 5\%$, ob das neue Medikament auf den Markt kommt.

b) Wie viele der 120 behandelten Patienten müßten mindestens geheilt werden, damit die in a) formulierte Hypothese $H_0 : p = 0.7$ (p Heilungswahrscheinlichkeit) mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von (höchstens) 0.05 abgelehnt wird?

121) a0077 R

10 Versuchspersonen wurden vor und nach einem Trainingsprogramm einem bestimmten Test unterzogen. Man erhielt die folgenden Testergebnisse:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
vorher	34	56	45	47	69	93	51	63	54	62
nachher	31	55	47	44	73	89	44	60	50	61

Testen Sie unter der Voraussetzung, dass die Ergebnisse ungefähr normalverteilt sind, auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Testleistungen vor und nach dem Trainingsprogramm nur zufällig voneinander abweichen.

122)

a0187 R

Es liegen die Geburtsgewichte (in g) von 8 Zwillingsgeburten vor:

Paar Nr. i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i (Erstgeborener)	3250	2800	3400	3600	3140	2700	3000	2850
y_i (Zweitgeborener)	3100	2850	3200	3500	3350	2550	3250	2700

Es soll geprüft werden, ob sich die Geburtsgewichte von Erst- und Zweitgeborenen bei den Zwillingen im Mittel signifikant unterscheiden ($\alpha = 5\%$). Dabei kann von Normalverteilung ausgegangen werden.

123)

a0075 R

Ein und dieselbe Käsesorte wird von zwei verschiedenen Molkereien angeboten. Aus jeder Produktion werden einige Käseziegel als Stichprobe entnommen, und das Gewicht von Normziegeln (in p) ermittelt:

Molkerei A	997.1	991.1	998.5	1007.1	1001.7	1000.9
	997.8	985.5	1007.6	998.3		
Molkerei B	976.1	992.9	964.6	980.3	988.1	980.3
	967.2	992.2	973.9	985.3	984.5	962.4

a) Untersuchen Sie mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes, ob das Gewicht der Käseziegel für jede Molkerei annähernd normalverteilt ist.

b) Stimmen die Varianzen der Gewichte überein? (Sicherheit $1 - \alpha = 0.95$)

c) Wenn ja, prüfen Sie die Frage, ob beide Erzeuger hinsichtlich des Durchschnittsgewichtes gleich produzieren. (Signifikanz $\alpha = 0.05$)

124)

a0190 R

Ein Zusatz im Kraftfutter für Hühner soll eine schnellere Gewichtszunahme bewirken. Zum Nachweis wurden 10 Hühner mit Kraftfutter ohne Zusatz (Gruppe I) und 10 weitere Hühner mit Kraftfutter mit Zusatz (Gruppe II) gefüttert und nach einer gewissen Zeit die Gewichtszunahme (in g) in beiden Gruppe festgestellt:

Gruppe I:	102	104	105	97	98	108	105	99	101	100
Gruppe II:	112	103	103	114	115	102	108	113	105	111

Unter der Annahme, daß Stichproben aus zwei normalverteilten Grundgesamtheiten mit gleicher Varianz vorliegen, ist zu untersuchen, ob durch Kraftfutter mit Zusatz im Mittel eine höhere Gewichtszunahme zu verzeichnen ist als durch Kraftfutter ohne Zusatz. Als Signifikanzniveau wird $\alpha = 0.05$ vorgegeben.

125)

a0079 R

In einer Telefonzentrale sollen die Schaltzeiten X ermittelt werden, die für das Erstellen einer Verbindung notwendig sind. Dabei ergaben sich folgende Zeiten (in Sekunden):

0.14	0.59	0.86	0.72	0.14
1.09	1.67	1.71	0.14	1.07
0.61	2.28	2.16	1.60	0.35
0.67	0.60	1.05	0.18	0.06
0.24	1.49	0.56	0.21	0.27

Testen Sie auf dem Niveau $\alpha = 0.05$, ob diese Werte exponentialverteilt sind. (Hinweise: $P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$. Zur Schätzung des Parameters λ berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer. Als Klasseneinteilung verwenden Sie $(-\infty, 0.2], (0.2, 0.4], (0.4, 0.7], (0.7, 1.3], (1.3, \infty)$).

126)

a0197 R

In einem Versuch wurde die Lebensdauer eines elektronischen Bauteils getestet. Die Zeiten (in Stunden) von 30 Tests liegen vor:

211	105	65	188	95	7
391	22	9	45	67	3
25	335	71	52	90	20
160	218	7	139	107	77
84	4	109	47	56	318

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Werte exponentialverteilt sind, d.h. $P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$ für $x \geq 0$. Der Parameter λ soll mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt werden. Verwenden Sie die Klasseneinteilung ($-\infty$,20], (20,50], (50,100], (100,180], (180, ∞).

127)

a0080 R

Eine Automobilfirma behauptet, der Benzinverbrauch (in Liter/100km) sei normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 10$ und der Varianz $\sigma^2 = 1$. Bei einer Überprüfung von 1000 zufällig ausgewählten Autos, ergaben sich folgende Werte:

Verbrauch	Häufigkeit
$x \leq 9.5$	248
$9.5 < x \leq 10.0$	180
$10.0 < x \leq 10.5$	242
$10.5 < x$	330

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob die Angaben des Herstellers stimmen.

128) a0198 R

Über die Zuverlässigkeitsuntersuchung spezieller Kühlaggregate eines Herstellers wurde in einer Zeitschrift eine Häufigkeitstabelle für gruppierte Daten veröffentlicht. Es wurden Anzahlen von Kühlaggregaten ermittelt, die in bestimmte Lebensdauerklassen fallen:

Klasse	Lebensdauer in Stunden	Anzahl
K_1	[0,100)	2
K_2	[100,200)	0
K_3	[200,300)	18
K_4	[300,500)	49
K_5	[500,1000)	169
K_6	[1000,1500)	98
K_7	[1500,2000)	87
K_8	[2000,2500)	44
K_9	[2500,4000)	33

Unter Verwendung dieser Klasseneinteilung prüfe man, ob die Lebensdauer X von Kühlaggregaten dieses Typs als normalverteilt mit Mittel $\bar{x}$ und Varianz s^2 (beides aus der Stichprobe zu schätzen) angesehen werden kann. Man wähle als Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.

129) a0102 R

Eine Automobilfirma behauptet, dass sie einen Motor entwickelt hat, dessen Benzinverbrauch normalverteilt mit dem Erwartungswert 9 und einer Varianz von 1 (in Liter pro 100 km) ist. Es wurde folgende Stichprobe gezogen:

10.71 9.15 11.02 8.55 9.58 9.59 7.43 9.29 6.89 9.27

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Behauptung richtig ist.

130) a0201 R

Die Messung des Durchmessers von 20 Dichtungsringen ergab folgende Beobachtungswerte (in mm):

5.1, 4.8, 5.2, 5.7, 4.7, 4.9, 4.9, 5.1, 5.3, 5.5
5.1, 5.6, 5.5, 5.0, 4.8, 4.9, 5.2, 4.6, 4.8, 4.7

Es ist zu untersuchen, ob der Durchmesser X eine Normalverteilung mit den Parametern $\mu_0 = 5$ mm und $\sigma_0 = 0.32$ mm besitzt (Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$).

131) a0078 R

Für die zwei Schichten von Löterinnen in einem Elektronikbetrieb wird ein Vergleich der Stückzeiten angestellt. Dabei wurden folgende Zeiten (in min) beobachtet:

Schicht A:	12.3	11.6	11.5	15.3	13.1	12.5	13.0	11.4
	14.5	12.2	12.3	14.9	14.1	13.5	13.2	
Schicht B:	13.5	14.2	12.6	14.5	12.9	13.6	12.7	14.8
	15.9	13.7	16.2	13.2				

a) Stellen Sie die beiden Datensätze durch Box-Plots grafisch dar.

b) Besteht zwischen den Stückzeiten der beiden Schichten ein signifikanter Unterschied? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)
Anmerkung: Da über die Art der Verteilung nichts bekannt ist, scheint der Kolmogorow–Smirnow–Test am ehesten geeignet. (kritischer Wert: $d_{n_A,n_B;0.95} = 1.3 \times \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$)

132) a0202 R

In einem Versuch soll die Wirkung von zwei verschiedenen Betäubungsmittel getestet werden. Es ergaben sich folgende Betäubungszeiten (in Stunden):

Mittel A	1.8	2.3	0.9	1.5	1.4	1.9	1.2
Mittel B	1.3	1.9	2.0	1.7	2.4	2.6	

Ist zwischen den beiden Betäubungsmittel bezüglich ihrer Wirkung ein signifikanter Unterschied feststellbar? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)
Anmerkung: Da über die Art der Verteilung nichts bekannt ist, scheint der Kolmogorow–Smirnow–Test am ehesten geeignet. (kritischer Wert: $d_{n_A,n_B;0.95} = 1.3 \times \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}$)

133) a0081 R

In einer Abteilung eines Textilbetriebes werden von den 5 dort beschäftigten Näherinnen an jeweils 5 (zufällig herausgefaßten) Fabrikationsstücken die Fertigungszeiten (in min) gemessen, wobei die Einheiten alle aus derselben Produktion stammen:

Näherin	Fertigungszeit (in min)				
1	12.5	11.5	12.0	12.3	11.4
2	13.4	14.6	13.1	13.5	12.5
3	15.0	13.5	13.6	14.2	14.2
4	11.5	12.1	12.0	11.7	11.9
5	12.3	12.5	12.5	12.1	11.4

Unterscheiden sich die Näherinnen hinsichtlich der Fertigungszeiten (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? Man kann annehmen, daß die Fertigungszeiten mit gleicher Varianz normalverteilt sind.

134) a0191 R

Ein Landwirt möchte 4 verschiedene Arten von Futterzusätzen zur Steigerung des Michertrages von Kühen testen. Zu diesem Zweck verabreicht er seinen 15 Kühen jede Woche einen anderen Zusatz und mißt an jedem Tag die gesamte gemolkene Milchmenge (in l). Es ergeben sich folgende Werte:

Zusatz	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
A	192	226	179	162	194	165	160
B	207	207	225	155	184	230	148
C	187	148	150	179	149	186	143
D	130	176	169	150	156	149	165

Kann ein signifikanter Unterschied beim gesamten Milchertrag aufgrund der verschiedenen Fütterzusätze nachgewiesen werden (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? Man kann annehmen, daß die Milchmengen Realisierungen von normalverteilten Zufallsgrößen mit gleicher Varianz sind.

135) a0082 R

Ein Arzt behauptet, daß die schmerzfreie Zeit nach Einnahme einer schmerzstillenden Tablette nicht von der Art der Medikamente abhängt, sondern bloß von der Tatsache, daß eine Tablette verabreicht wurde. An 15 Patienten wurden nun bei unterschiedlicher Behandlung folgende schmerzfreie Stunden gemessen:

Placebo	2.2	0.3	1.1	2.0	3.4	
Medikament A	2.8	1.4	1.7	4.3		
Medikament B	1.1	4.2	3.8	2.6	0.5	4.3

Testen Sie die Hypothese des Arztes auf dem 5% Niveau. (Die schmerzfreie Zeit — angegeben in h — kann als annähernd normalverteilt angenommen werden; außerdem stimmen die Varianzen für die Behandlungsarten überein).

136)

a0192 R

Gehörschäden, die durch eine bestimmte Krankheit hervorgerufen worden sind, können durch Implementation von sogenannten *Goldpistons*, das sind kleine Röhrchen aus Gold, wieder geheilt werden. Nachdem diese Methode völlig neu ist, hat man noch keinerlei Erfahrung, welcher Durchmesser des Röhrchens zum besten Erfolg führt. Ein Chirurg implementiert seinen Patienten verschiedene Typen, nämlich Goldpistons mit Durchmesser 0.4 mm, 0.6 mm und 0.8 mm. Bei einer Testfrequenz von 1000 Hz wird der Hörgewinn in dB (= Hörvermögen nach der Operation minus Hörvermögen vor der Operation) gemessen. Folgende Werte von bisher 18 operierten Patienten liegen vor:

0.4 mm	1.2	11.5	7.4	17.3	12.3	12.0	
0.6 mm	22.3	25.0	2.2	16.4	17.7	14.0	7.1
0.8 mm	7.2	7.5	10.9	6.5	7.5		

Ist ein signifikanter Unterschied bezüglich des Hörgewinnes bei den 3 verschiedenen Typen von Goldpistons feststellbar (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)? Man kann annehmen, daß Realisierungen von normalverteilten Zufallsgrößen mit gleicher Varianz vorliegen.

137)

a0083 R

Spannungsregler für Kraftwagen, die zwischen 15.8 V und 16.4 V schalten sollen, werden auf einer Einstellstation eingestellt und dann auf einer Prüfstation nochmals geprüft.

	Prüfstation			
Einstellstation	1	2	3	4
A	16.5	16.5	16.6	16.6
B	16.0	16.1	16.0	16.1
C	16.0	16.0	15.9	16.3

Ist der Unterschied zwischen den 3 Einstellstationen oder den 4 Prüfstationen signifikant? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)
Man kann von normalverteilten Werten mit gleichen Varianzen ausgehen.

138)

a0193 R

Es sollen 4 verschiedene Weizensorten in Hinblick auf den Ertrag getestet werden. Dazu bestimmt man an 3 verschiedenen Orten Versuchsäcker, die jeweils in 4 gleich große Anbauflächen (jede Fläche für eine andere Sorte) unterteilt werden. Die einzelnen Anbauflächen ergaben folgende Erträge (in t):

	Anbaufläche		
Sorte	1	2	3
A	6.5	4.7	5.3
B	6.8	5.1	5.9
C	5.9	4.3	4.6
D	6.8	5.2	5.3

Ist ein signifikanter Unterschied zwischen den verschiedenen Weizensorten feststellbar? Hat der Anbauort einen Einfluß auf den Ertrag? In beiden Fällen sei ein Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ vorgegeben. Außerdem können die Werte als normalverteilt mit gleichen Varianzen betrachtet werden.

139) a0084

Die folgende Tabelle gibt die Anzahl von Produktionseinheiten an, die jeden Tag von drei verschiedenen Arbeitern, die drei Tage lang dieselbe Maschine bedienen, produziert werden:

Maschine	Arbeiter								
	A			B			C		
	1.Tag	2.Tag	3.Tag	1.Tag	2.Tag	3.Tag	1.Tag	2.Tag	3.Tag
1	15	15	17	19	19	16	16	18	21
2	17	17	17	15	15	15	19	22	22
3	15	17	16	18	17	16	18	18	18
4	18	20	22	15	16	17	17	17	17

Auf dem 5%-Signifikanzniveau soll getestet werden, ob die Unterschiede

a) zwischen den Arbeitern,

b) zwischen den Maschinen

signifikant sind und ob

c) Wechselwirkungen zwischen den Arbeitern und Maschinen bestehen.

140)

a0213 R

An 10 Männern wurden Körpergröße X (in cm) und Körpergewicht Y (in kp) gemessen:

x	181	190	185	185	172	168	187	175	173	193
y	78	82	77	88	68	68	79	79	73	85

a) Wie stark sind Größe und Gewicht korreliert?

b) Sind die beiden unabhängig? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, bivariate Normalverteilung sei vorausgesetzt)

c) Wie groß dürfte $|R|$ höchstens sein, sodass die Nullhypothese $H_0 : \rho = 0$ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ gerade nicht abgelehnt werden könnte?

141)

a0093

Es sei ρ der Korrelationskoeffizient einer zweidimensionalen normalverteilten Grundgesamtheit und R der empirische Korrelationskoeffizient einer Stichprobe vom Umfang n=30 bzw. n=102. Wie groß muss $\mid R \mid$ mindestens sein, damit die Nullhypothese $\mathbf{H}_0 : \rho = 0$ auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ abgelehnt werden kann?

142)

a0194 R

In den österreichischen Bezirken wurden folgende Variablen gemessen:

P-Pendler . . . Problempendleranteil (z.B. Wochenpendler) an der Bevölkerung im erwerbsfähigen Alter (15-60) im Jahr 1991

M-Einkommen . . . Medianeinkommen von Männern und Frauen (Arbeiter und Angestellte) in ÖS im Jahr 1996

Die Daten in den Bezirken wurden zu Bundesländerdaten zusammengefaßt:

	W	B	K	N	O	S	St	T	V
P-Pendler	2.7	10.5	7.4	4.7	4.8	4.8	6.2	4.7	2.8
M-Einkommen	24547	20154	22125	22806	23516	23111	22693	22348	24342

a) Wie stark sind die beiden Variablen korreliert?

b) Sind die beiden (bivariat normalverteilten) Variablen voneinander unabhängig? (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$)

143)

a0088 R

Von einem Betrieb liegen die jährlichen Umsätze von 1986 bis 1991 vor:

Jahr	1986	1987	1988	1989	1990	1991
Umsatz in Mio. öS	15.3	17.1	17.2	18.0	18.8	19.7

a) Stellen Sie die Daten grafisch dar.

b) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die Parameter a, b und σ^2.

c) Geben Sie 95%–Konfidenzintervalle für diese Parameter an.

d) Ermitteln Sie den erwarteten Umsatz für das Jahr 1992 und geben Sie dafür ein 95%–Konfidenzintervall an.

e) Ist der Umsatz vom Jahr abhängig ? (Test auf Abhängigkeit auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$)

144)

a0195 R

In den österreichischen Bezirken wurden folgende Variablen gemessen:

P-Pendler ... Problempendleranteil (z.B. Wochenpendler) an der Bevölkerung im erwerbsfähigen Alter (15-60) im Jahr 1991

M-Einkommen ... Medianeinkommen von Männern und Frauen (Arbeiter und Angestellte) in ÖS im Jahr 1996

Die Daten in den Bezirken wurden zu Bundesländerdaten zusammengefaßt:

	W	B	K	N	O	S	St	T	V
P-Pendler	2.7	10.5	7.4	4.7	4.8	4.8	6.2	4.7	2.8
M-Einkommen	24547	20154	22125	22806	23516	23111	22693	22348	24342

Fassen Sie die Variable *P-Pendler* als deterministisch und die Variable *M-Einkommen* als normalverteilt auf.

a) Stellen Sie die Daten grafisch dar.

b) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die Regressionsparameter sowie die Varianz der Residuen.

c) Geben Sie 95%-Konfidenzintervalle für die unter b) geschätzten Parameter an.

d) Berechnen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für das erwartete Medianeinkommen bei einem Problempendleranteil von 9%.

e) Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für ein Medianeinkommen bei einem Problempendleranteil von 1% an.

f) Ist der Problempendleranteil vom Medianeinkommen abhängig? (Test auf Abhängigkeit auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$)

145) a0089 R

Für den Bremsweg Y eines PKW der Mittelklasse ergaben sich bei Bremsversuchen folgende Meßwerte in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit x beim Einleiten des Bremsvorganges:

x (in km/h)	y (in m)		
20	3.84	4.35	6.48
40	16.85	14.91	9.60
60	41.13	36.58	27.40
80	92.34	68.07	74.63
100	82.58	98.14	103.00

Aus einer Vielzahl von Versuchen scheint die Annahme gerechtfertigt, dass Y nach $LN(\ln a + b \ln x, \sigma^2)$ verteilt ist, dass also ein Zusammenhang der Form

$$y = a\,x^b$$

besteht, wobei die logarithmierten y-Werte identisch streuen. Man hat es daher mit einem üblichen linearen Ansatz bzgl. der logarithmierten Werte zu tun.

a) Stellen Sie die Daten grafisch dar.

b) Bestimmen Sie Schätzwerte für a, b und σ^2.

c) Geben Sie 95%–Konfidenzintervalle für diese Parameter an.

d) Mit welchem Bremsweg ist bei 120 km/h zu rechnen? Geben Sie dafür ein 95%–Konfidenzintervall an.

e) Geben Sie ein 95%–Konfidenzintervall für den Bremsweg eines Mittelklasse–PKW bei 110 km/h an.

146) a0196 R

Gegeben seien Daten von Körpergewicht X (in kg) und Gewicht des Gehirns Y (in g) von folgenden Lebewesen (aus Allison & Cicchetti, 1976):

Lebewesen	X	Y
Asiatischer Elephant	2547	4603
Katze	3.3	25.6
Schimpanse	52.16	440
Kuh	465	423
Gorilla	207	406
Mensch	62	1320
Maus	0.023	0.4
Schwein	192	180
Ratte	0.28	1.9
Schaf	55.5	175

Fassen Sie das Körpergewicht als deterministische Größe auf. Außerdem scheint es, daß die Variable Y nach $LN(\ln \alpha + \beta \ln x, \sigma^2)$ verteilt ist, daß also ein Zusammenhang der Form $y = \alpha x^\beta$ besteht, wobei die logarithmierten y-Werte identisch streuen. Man hat es daher mit einem üblichen linearen Ansatz bezüglich der logarithmierten Werte zu tun.

a) Stellen Sie die Daten grafisch dar.

b) Schätzen Sie die Parameter α, β und σ^2.

c) Geben Sie 95%-Konfidenzintervalle für die unter b) geschätzten Parameter an.

d) Geben Sie ein 95%-Konfidenzintervall für das Gehirngewicht bei einem Körpergewicht von 3.5 kg an.

e) Mit welchem Gehirngewicht ist bei einem Tyrannosaurus mit 40 t zu rechnen? Geben Sie dafür ein 95%-Konfidenzintervall an.

f) Sind Körpergewicht und Gehirngewicht voneinander abhängig? (Signifikanzniveau $\alpha =$ 5%)

147)

a0090

In der folgenden Tabelle (Quelle: Hartung/Statistik) finden Sie das Alter (X) und den Blutdruck (Y) von 15 zufällig ausgewählten Frauen:

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Alter (X)	47	52	30	35	59	44	63	38
Blutdruck (Y)	129	139	112	119	145	133	152	117
Nummer	9	10	11	12	13	14	15	
Alter (X)	49	41	32	55	46	51	63	
Blutdruck (Y)	145	136	115	137	134	141	157	

a) Stellen Sie die Daten grafisch dar.

b) Wählen Sie einen linearen Regressionsansatz und schätzen Sie die Parameter a, b und σ^2.

c) Geben Sie 95%–Konfidenzintervalle für diese Parameter an.

d) Ermitteln Sie den durchschnittlichen Blutdruck für eine Fünfzigjährige und geben Sie dafür ein 95%–Konfidenzintervall an.

e) Ermitteln Sie ein 95%–Konfidenzintervall für den Blutdruck bei einer 45–jährigen Frau.

f) Ist der Blutdruck vom Alter abhängig? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)

148) a0091 R

In der nebenstehenden Tabelle findet man eine (fiktive) Aufstellung der täglichen Unfallzahlen, aufgeschlüsselt nach Wochentagen, über ein ganzes Jahr. Gibt es einen signifikanten Zusammenhang zwischen Wochentag und Unfallhäufigkeit? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)

Unfallhäufigkeit / Wochentag	0-100	100-200	200-300	> 300
Mo	17	25	8	2
Di	25	24	3	0
Mi	20	25	7	1
Do	23	29	0	0
Fr	18	18	14	2
Sa	17	15	18	2
So	14	20	12	6

149) a0092 R

Formal genauso wie der Test auf Unabhängigkeit in einer Kontingenztafel verläuft der Test nach Gleichheit von c Gruppen hinsichtlich eines beobachteten Merkmals mit r Ausprägungen.

In der nebenstehenden Tabelle finden Sie die Ergebnisse einer Meinungsbefragung hinsichtlich der Partei– bzw. Gruppenpräferenz. Unterscheiden sich die vier Städte bezüglich ihrer politischen Struktur signifikant? (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$)

Partei/Gruppe / Stadt	R	S	B	G	K	o.A.
Graz	51	49	32	18	1	46
Linz	64	51	22	21	2	41
Salzburg	59	45	25	26	1	35
Wien	133	85	17	32	5	46

150) a0199 R

In einem Unternehmen wurden über einen längeren Zeitraum 120 Arbeitsunfälle nach der Tätigkeitsart X (A: Produktionstätigkeit, B: Transport, C: sonstige Tätigkeit) und der Art der Verletzung Y (I: obere Extremitäten, II: untere Extremitäten, III: sonstige Verletzungen) geordnet. Die Ergebnisse zeigt die 3×3-Kontingenztafel:

		Art der Verletzung			
X/Y		I	II	III	
Art der	A	32	23	5	60
Tätigkeit	B	6	19	5	30
	C	2	8	20	30
		40	50	30	120

Es ist von Interesse, ob zwischen der Art der Tätigkeit und der Verletzung ein signifikanter Zusammenhang besteht (Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$).

151) a0200 R

Vor einer Landtagswahl in Deutschland befragte ein Info-Institut 1000 Wahlberechtigte, für welche Partei sie sich entscheiden würden. Die Ergebnisse, aufgeteilt in 5 Altersgruppen der Wähler, zeigt die folgende Tabelle:

	Alter von ... bis unter ... Jahre				
Partei	18 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 60	$\geq$ 60
SPD	42	77	52	98	99
CDU/CSU	40	56	64	132	118
F.D.P.	9	11	12	21	14
Bündnis 90/Grüne	18	21	10	15	7
sonstige Parteien	11	16	21	18	18

a) Kann man daraus schließen, daß das Wahlverhalten vom Alter abhängt?

b) Welche Entscheidung hat man zu treffen, wenn man nur die beiden Altersklassen 18 bis unter 25 Jahre und 45 bis unter 60 Jahre berücksichtigt?

In beiden Fällen wird das Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ vorgegeben.

152)

a0094 R

An 10 Versuchspersonen wurde am Morgen und am Abend die Körpergröße (in cm) gemessen:

VP	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Morgen	167.6	170.5	171.5	174.8	166.7	172.0	175.2	168.9	167.0	174.1
Abend	165.7	168.9	169.8	173.3	166.1	173.5	174.5	169.4	165.8	173.7

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob sich die morgendliche und die abendliche Körpergröße eines Menschen unterscheiden

a) unter der Annahme, dass die Daten normalverteilt sind.

b) unter der Annahme, dass die Daten lediglich eine stetige Verteilung besitzen.

153)

a0203 R

Es liegen die Geburtsgewichte (in g) von 8 Zwillingsgeburten vor:

Paar Nr. i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i (Erstgeborener)	3250	2800	3400	3600	3140	2700	3000	2850
y_i (Zweitgeborener)	3100	2850	3200	3500	3350	2550	3250	2700

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob das Geburtsgewicht der Erstgeborenen im Mittel höher ist als bei den Zweitgeborenen

a) unter der Annahme, daß die Daten normalverteilt sind.

b) unter der Annahme, daß die Daten lediglich eine stetige Verteilung besitzen.

154)

a0095 R

Bei 10 Blutproben wurde der Alkoholgehalt (in %) durch zwei verschiedene Verfahren bestimmt. Dabei ergaben sich folgende Werte:

Probe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Verfahren A	0.78	0.83	0.94	1.02	1.20	0.40	0.69	0.85	0.79	0.55
Verfahren B	0.79	0.85	0.95	0.99	1.25	0.39	0.71	0.87	0.80	0.51

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Abweichungen der durch die beiden Verfahren gewonnenen Messwerte rein zufällig sind.

155) a0204

Die Leitung einer Kaufhauskette führte für ihr Verkaufspersonal ein Seminar durch, wovon sie sich eine Steigerung der jährlichen Umsätze erhofft. Von den 22 Personen, die am Seminar teilnahmen, erzielten 14 einen höheren Umsatz als im vergangenen Jahr, bei 6 Personen verringerte sich der Umsatz, und bei 2 Personen blieb er auf dem Niveau des Vorjahres. Kann aus diesem Ergebnis geschlossen werden, daß das Seminar erfolgreich war? Als Irrtumswahrscheinlichkeit wird 5% gewählt.
Hinweis: Bei Differenzen von 0 werden diese Werte vernachlässigt und der Stichprobenumfang entsprechend reduziert.

156) a0096 R

In einer Großstadt wurden die Preise (in Euro) eines bestimmten Artikels in 20 Geschäften festgestellt:

140	141	151	145	154	156	159	161	165	169
160	144	164	153	149	166	139	158	170	163

Geben Sie ein Konfidenzintervall für den Median mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von $1 - \alpha = 0.95$ an.

157) a0205 R

Die Anzahl der inskribierten Studenten der Studienrichtung Informatik an der TU-Wien betrug in den letzten Jahren:

98w	98s	97w	97s	96w	962	95w	95s	94w	94s
3553	3461	3699	3692	3944	3926	4038	3992	4151	4013

93w	93s	92w	92s	91w	91s	90w
4159	3971	4164	3901	3940	3527	3586

(Quelle: *http://info.tuwien.ac.at/*).
Geben Sie ein Konfidenzintervall für den Median mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von $1 - \alpha = 0.95$ an.

158) a0097 R

Eine bestimmte Herstellerfirma von Batterien behauptet, dass die Lebensdauer eines bestimmten Batterietypes mehr als 250 Stunden beträgt. Man kann annehmen, dass die Lebensdauer eine stetige Verteilug besitzt. Es wurden 24 Batterien getestet. Die Lebensdauern sind in nachstehender Tabelle angeführt:

271	230	198	275	282	225	284	219	253	216	262	288
236	291	253	224	264	295	211	252	294	243	272	268

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Behauptung gerechtfertigt ist.

159)

a0206

Ein Hersteller von Autoreifen behauptet, daß die Reifen für Lastkraftwagen mindestens 30.000 km gefahren werden können, bis die Abnützung unter der Mindestprofilgrenze liegt. Eine Speditionsfirma testete diese Reifen, indem 50 Fahrzeuge damit ausgestattet wurden. Bei 36 Fahrzeugen konnte tatsächlich eine höhere km-Leistung als 30.000 km erzielt werden, die restlichen Fahrzeuge lagen deutlich darunter.

Testen Sie, ob die Behauptung des Reifenerzeugers gerechtfertigt ist (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$).

160)

a0098 R

Eine Firma, die sich mit der Herstellung von Kabeln befasst, hat eine neue Legierung entwickelt, die die Reißfestigkeit erhöht. Die Verteilung dieser Größe kann als stetig und symmetrisch angenommen werden. Es wurde folgende Stichprobe gezogen:

23.8	26.0	26.9	27.4	28.0	30.3	30.7	31.2	31.3
32.8	33.1	33.9	34.3	34.9	35.0	35.9	36.1	36.4

Testen Sie folgende Hypothesen auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$:

a) Der Median ist größer oder gleich 33.

a) Der Median ist gleich 33.

161)

a0207 R

Die Schadstoffbelastung der Luft im Zentrum einer Großstadt wurde an einem Wochentag gemessen. Es ergaben sich folgende Stundenmittelwerte des Schwefeldioxids (in μg/m^3):

Zeit	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
SO_2	27	33	46	53	48	39	60	65	54	37	41	70	64	35

Testen Sie folgende Hypothesen auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$:

a) Der Median der SO_2-Belastung ist kleiner oder gleich 42 μg/m^3.

b) Der Median der SO_2-Belastung ist gleich 42 μg/m^3.

162)

a0099 R

Untersucht wurden die Reaktionszeiten von Menschen auf ein akustisches und ein optisches Signal. Dabei ergaben sich folgende Werte ($\frac{1}{100}$ Sekunden):

akustisch	35	49	39	46	33	50		
optisch	55	52	48	40	51	47	41	34

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Zufallsvariablen der beiden Reaktionszeiten die gleiche stetige Verteilung besitzen

a) mit Hilfe des Kolmogorov-Smirnov-Tests.

b) mit Hilfe des Wilcoxonschen Rangsummentests für unverbundene Stichproben.

Hinweis: Hierbei wird jedem Datum sein Rang in der gesamten Stichprobe (also akustisch und optisch gemeinsam) zugeordnet. Danach wird getestet, ob die Rangsumme (r_1) einer Stichprobe (z.B. akustisch) vom Erwartungswert signifikant abweicht. Die entsprechende Teststatistik ist Standardnormalverteilt:

$$T = \frac{r_1 - \frac{n_1 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

163)

a0208 R

Von zwei Apfelsorten A und B erhielt man bei 7 bzw. 9 Bäumen gleichen Alters die folgenden Erträge (in kg je Baum):

A:	57.2	56.3	19.2	40.8	71.4	22.9	40.1		
B:	20.1	24.2	80.3	56.7	40.2	34.8	60.2	59.3	59.6

Testen Sie mit dem Wilcoxonschen Rangsummentest für unverbundene Stichproben auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Zufallsvariablen der beiden Erträge die gleiche stetige Verteilung besitzen.

Hinweis: Hierbei wird jedem Datum sein Rang in der gesamten Stichprobe (also Sorte A und B gemeinsam) zugeordnet. Danach wird getestet, ob die Rangsumme (r_1) einer Stichprobe (z.B. Sorte A) vom Erwartungswert signifikant abweicht. Die entsprechende Teststatistik ist Standardnormalverteilt:

$$T = \frac{r_1 - \frac{n_1 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

164) a0100 R

Eine Stichprobe von 31 Werkstücken, die von einer bestimmten Maschine produziert werden, zeigt folgende Reihenfolge in Bezug auf gebrauchsfähig (G) und Ausschuss (A):

G G G A A G G G G G G A A A A G
G G A G G G G G A A G G G A A

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$, ob die Reihenfolge zufällig ist.

165) a0209 R

Eine Stichprobe von 31 Werkstücken, die von einer bestimmten Maschine produziert werden, zeigt folgende Reihenfolge in Bezug auf gebrauchsfähig (G) und Ausschuss (A):

G G G A A G G G G G G A A A A G
G G A G G G A G A A G G G A A

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$, ob die Reihenfolge zufällig ist.

166) a0101 R

Bei einem Produktionsverfahren wurden die Herstellungszeiten in folgender Reihenfolge gemessen:

16 19 20 19 17 16 18 20 21 17

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$, ob die Reihenfolge der Abweichungen vom Median zufällig ist.

167) a0210 R

Bei einem Produktionsverfahren wurden die Herstellungszeiten in folgender Reihenfolge gemessen:

16 18 20 19 17 16 18 20 21 17 23 26

Testen Sie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$, ob die Reihenfolge der Abweichungen vom Median zufällig ist.